Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin(x^2)$.

Aufgabe 2: (2,5 VP)

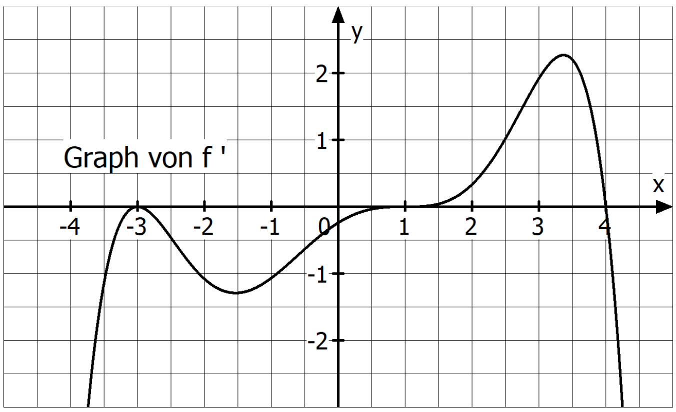
Untersuchen Sie, ob der Wert des Integrals $\int_3^{e+2} \frac{1}{x-2}\,dx$ ganzzahlig ist.

Aufgabe 3: (2,5 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4x^2 - 4x + 5$. F ist eine Stammfunktion von f.
Bestimmen Sie die Stelle, an der die Graphen von F und f parallele Tangenten besitzen.

Aufgabe 4: (3 VP)

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer ganzrationalen Funktion f.
Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



(1) Im Bereich $-3,5 \le x \le 4,5$ besitzt f genau drei Extremstellen.

(2) Die Gleichung $f'(x) = -\frac{1}{2}x$ hat im abgebildeten Bereich genau zwei Lösungen.

(3) Die Funktion f'' hat an der Stelle x = -3 einen Vorzeichenwechsel von positiven zu negativen Werten.

Aufgabe 5: (3,5 VP)

Gegeben sind die Ebenen E: $2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$ und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$.

Die Gerade g liegt in E.

a) Bestimmen Sie die Werte für a und b.

b) Geben Sie eine Gleichung einer Geraden h an, die ebenfalls in E liegt und senkrecht zur Geraden g verläuft.

Aufgabe 6: (3,5 VP)

Gegeben ist die Ebene $E: x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$.

a) Begründen Sie, dass die Spurpunkte von E die Ecken eines gleichschenkligen Dreiecks bilden.

b) Die Ebene F: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ schneidet die Ebene E.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden.

Aufgabe 7: (3 VP)

Zwei ideale Würfel werden gleichzeitig geworfen.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei verschiedene Augenzahlen fallen.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine „1“ und eine „2“?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigen die Würfel zwei aufeinanderfolgende Zahlen?

Aufgabe 1: (1,5 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (3+\cos(x))^4$.

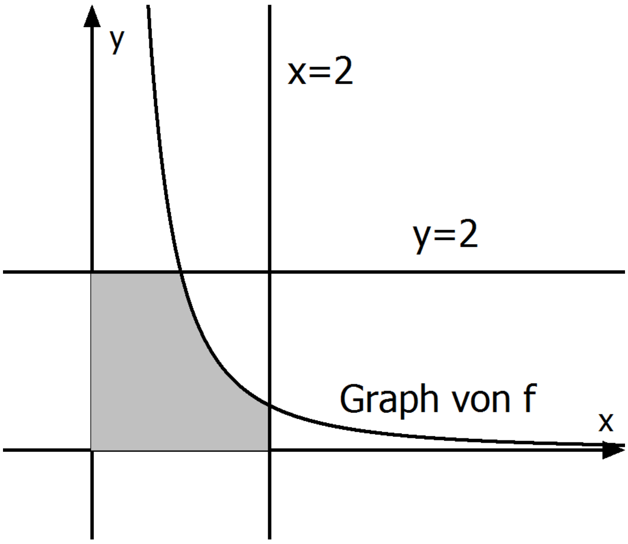
Aufgabe 2: (3 VP)

Lösen Sie die Gleichung $e^{4x} - 5 = 4e^{2x}$

Aufgabe 3: (3 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x^2}$; $x > 0$.

Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche.



Aufgabe 4: (2,5 VP)
Sind folgende Aussagen wahr ? Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.
(1) Jede Funktion, deren Ableitung eine Nullstelle hat, besitzt eine Extremstelle.
(2) Jede ganzrationale Funktion vierten Grades hat eine Extremstelle.

Aufgabe 5: (4,5 VP)

Gegeben sind die Ebenen E: $x_1 + 3x_2 = 6$ und F: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$.

a) Stellen Sie die Ebene E in einem Koordinatensystem dar.
b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und F.
c) Ermitteln Sie eine Gleichung einer Geraden, die in E enthalten ist und mit F keinen Punkt gemeinsam hat.

Aufgabe 6: (3 VP)
Gegeben sind eine Ebene E, ein Punkt P in E sowie ein weiterer Punkt S, der nicht in E liegt. Der Punkt S ist die Spitze eines geraden Kegels, dessen Grundkreis in E liegt und durch P verläuft. Die Strecke PQ bildet einen Durchmesser des Grundkreises.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Koordinaten des Punktes Q bestimmen kann.

Aufgabe 7: (2,5 VP)
In einer Urne liegen drei rote, zwei grüne und eine blaue Kugel. Es werden so lange nacheinander einzelne Kugeln gezogen und zur Seite gelegt, bis man eine rote Kugel erhält. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man höchstens drei Kugeln zieht.

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (5x+1)\cdot\sin(x^2)$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{48}{(2x-4)^3}$.
Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f mit $F(3) = 1$.

Aufgabe 3: (3 VP)

Lösen Sie die Gleichung $3 - e^x = \frac{2}{e^x}$

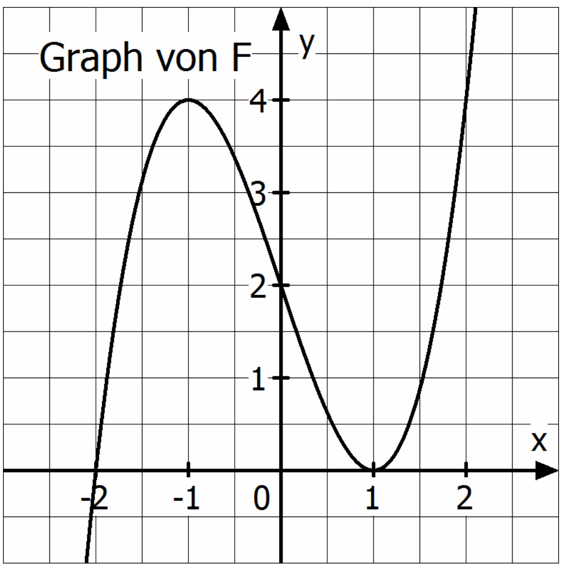
Aufgabe 4: (3 VP)

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - x$ besitzt einen Wendepunkt.

Zeigen Sie, dass $y = x - \frac{4}{3}$ eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt ist.

Aufgabe 5: (5 VP)

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Stammfunktion F einer Funktion f.
Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.



(1) $f(1) = F(1)$

(2) $\int_0^2 f(x)dx = 4$

(3) f' besitzt im Bereich $-1 \le x \le 1$ eine Nullstelle.

(4) $f(F(-2)) > 0$

Aufgabe 6: (5 VP)

Gegeben ist die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Untersuchen Sie, ob es einen Punkt auf g gibt, dessen drei Koordinaten identisch sind.

b) Die Gerade h verläuft durch Q(8/5/10) und schneidet g orthogonal.
Bestimmen Sie eine Gleichung von h.

Aufgabe 7: (3 VP)

Gegeben ist die Ebene E: $4x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 28$.

Es gibt zwei zu E parallele Ebenen F und G, die vom Ursprung den Abstand 2 haben.
Bestimme jeweils eine Gleichung von F und G.

Aufgabe 8: (4 VP)

Bei einem Glücksrad werden die Zahlen 1, 2, 3 und 4 bei einmaligem Drehen mit folgenden Wahrscheinlichkeiten angezeigt:

Zahl	1	2	3	4
Wahrscheinlichkeit	0,4	0,1	0,3	0,2

a) Das Glücksrad wird einmal gedreht.
Geben Sie zwei verschiedene Ereignisse an, deren Wahrscheinlichkeit jeweils 0,7 beträgt.

b) An dem Glücksrad sollen nur die Wahrscheinlichkeiten für die Zahlen 1 und 2 so verändert werden, dass das folgende Spiel fair ist:
Für einen Einsatz von 2,50 € darf man einmal am Glücksrad drehen.
Die angezeigte Zahl gibt den Auszahlungsbetrag in Euro an.
Bestimmen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für die Zahlen 1 und 2.

Aufgabe 9: (3 VP)

Von zwei Kugeln K_1 und K_2 sind die Mittelpunkte M_1 und M_2 sowie die Radien r_1 und r_2 bekannt. Die Kugeln berühren einander von außen im Punkt B.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man B bestimmen kann.

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \left(4 + e^{3x}\right)^5$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\pi} \left(4x - \sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right) dx$

Aufgabe 3: (3 VP)

Lösen Sie die Gleichung $\left(x^3 - 3x\right) \cdot \left(e^{2x} - 5\right) = 0$

Aufgabe 4: (4 VP)

Der Graph einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat im Ursprung einen Hochpunkt und an der Stelle x = 2 die Tangente mit der Gleichung $y = 4x - 12$.

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von f.

Aufgabe 5: (5 VP)

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer ganzrationalen Funktion f.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

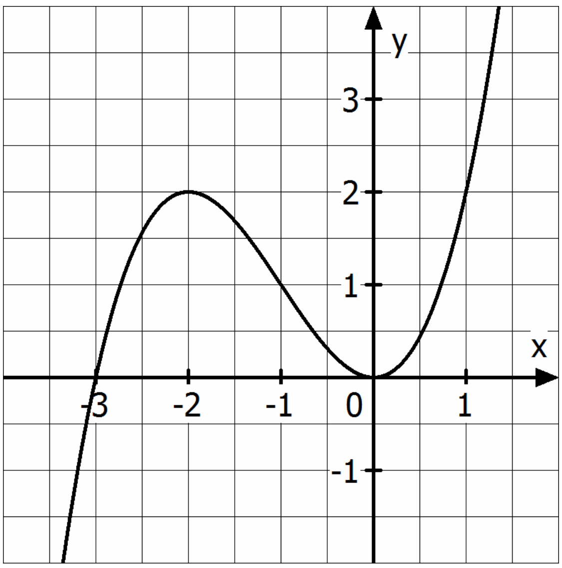
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Der Graph von f hat bei x = -3 einen Tiefpunkt.

(2) f(-2) < f(-1)

(3) $f''(-2) + f'(-2) < 1$

(4) Der Grad der Funktion f ist mindestens vier.



Aufgabe 6: (4 VP)

Gegeben sind die drei Punkte A(4/0/4), B(0/4/4) und C(6/6/2).

a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der das Dreieck ABC zu einem Parallelogramm ergänzt. Veranschaulichen Sie durch eine Skizze, wie viele solcher Punkte es gibt.

Aufgabe 7: (3 VP)
Gegeben ist die Ebene E: $4x_1 + 3x_3 = 12$.
a) Stellen Sie E in einem Koordinatensystem dar.
b) Bestimmen Sie alle Punkte der x_3-Achse, die von E den Abstand 3 haben.

Aufgabe 8: (4 VP)
Ein Glücksrad hat drei farbige Sektoren, die beim einmaligen Drehen mit folgenden Wahrscheinlichkeiten angezeigt werden:

Rot: 20% Grün: 30% Blau: 50%

Das Glücksrad wird n-mal gedreht.
Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft die Farbe Rot angezeigt wird.
a) Begründen Sie, dass X binomialverteilt ist.

Die Tabelle zeigt einen Ausschnitt der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
P(X=k)	0,01	0,06	0,14	0,21	0,22	0,17	0,11	0,05	...

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird.

c) Entscheiden Sie , welcher der folgenden Werte von n der Tabelle zugrunde liegen kann: 20, 25 oder 30
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 9: (3 VP)

Mit $V = \pi \cdot \int_0^4 \left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2 dx$ wird der Rauminhalt eines Körpers berechnet.
Skizzieren Sie diesen Sachverhalt und beschreiben Sie den Körper.

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{2x}$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie das Integral $\int_0^1 \frac{4}{(2x+1)^3}\,dx$

Aufgabe 3: (3 VP)
Lösen Sie die Gleichung $x^4 = 4 + 3x^2$

Aufgabe 4: (4 VP)

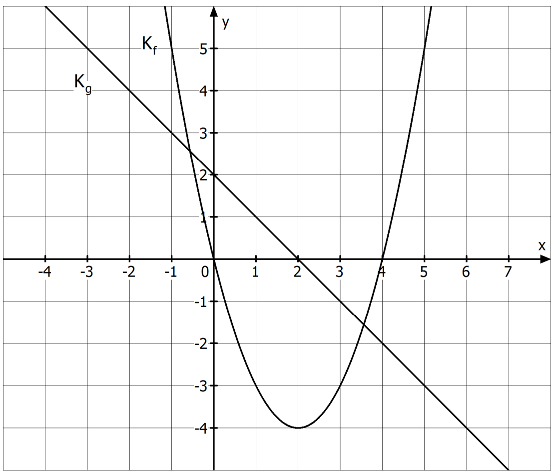
Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2$.

a) Beschreiben Sie, wie man den Graphen von g aus dem Graphen von f erhält.
b) Bestimmen Sie die Nullstellen von g für $0 \le x \le 4$

Aufgabe 5: (4 VP)

Die Abbildung zeigt die Graphen K_f und K_g zweier Funktionen f und g.

a) Bestimmen Sie $f(g(3))$.
Bestimmen Sie einen Wert für x so, dass $f(g(x)) = 0$ ist.
b) Die Funktion h ist gegeben durch $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Bestimmen Sie $h'(2)$.



Aufgabe 6: (5 VP)
Gegeben sind die Ebenen E: $x_1 + x_2 = 4$ und F: $x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$.

a) Stellen Sie die beiden Ebenen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar.
Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von E und F an.
b) Die Ebene G ist parallel zur x_1-Achse und schneidet die x_2x_3 – Ebene in derselben Spurgeraden wie die Ebene F.
Geben Sie eine Gleichung der Ebene G an.

Aufgabe 7: (4 VP)
Gegeben sind die Punkte A(1/10/1), B(-3/13/1) und C(2/3/1).
Die Gerade g verläuft durch A und B.
Bestimmen Sie den Abstand des Punktes C von der Geraden g.

Aufgabe 8: (3 VP)
An einem Spielautomaten verliert man durchschnittlich zwei Drittel aller Spiele.

a) Formulieren Sie ein Ereignis A, für das gilt:

$$P(A) = \binom{10}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$$

b) Jemand spielt vier Spiele an dem Automaten.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert er dabei genau zwei Mal ?

Aufgabe 9: (3 VP)

Gegeben sind der Mittelpunkt einer Kugel sowie eine Ebene.
Die Kugel berührt diese Ebene.
Beschreiben Sie, wie man den Kugelradius und den Berührpunkt bestimmen kann.

Abiturprüfung Mathematik 2013 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4\sin(2x)$
Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f mit $F(\pi) = 7$.

Aufgabe 3: (2 VP)

Lösen Sie die Gleichung $2e^x - \frac{4}{e^x} = 0$

Aufgabe 4: (4 VP)

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2 + 3$ und $g(x) = 2x$.
Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird.

Aufgabe 5: (5 VP)

Eine Funktion f hat folgende Eigenschaften:
(1) $f(2) = 1$
(2) $f'(2) = 0$
(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$
(4) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to 5$

Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von f hat.
Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen.

Aufgabe 6: (4 VP)

Die Gerade g verläuft durch die Punkte A(1/-1/3) und B(2/-3/0).
Die Ebene E wird von g orthogonal geschnitten und enthält den Punkt C(4/3/-8).
Bestimmen Sie den Schnittpunkt S von g und E.
Untersuchen Sie, ob S zwischen A und B liegt.

Aufgabe 7: (4 VP)
Gegeben snid die beiden Ebenen

$$E_1:\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \text{ und } E_2:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass die beiden Ebenen parallel zueinander sind.
Die Ebene E_3 ist parallel zu E_1 und E_2 und hat von beiden Ebenen denselben Abstand.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E_3.

Aufgabe 8: (4 VP)

Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch.

a) Peter dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt sie aufgedeckt liegen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
A: Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch.
B: Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch.

b) Die neun Spielkarten werden gemischt und erneut verdeckt ausgelegt. Laura dreht nun so lange Karten um und lässt sie aufgedeckt auf dem Tisch liegen, bis ein Ass erscheint.
Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der aufgedeckten Spielkarten an.
Welche Werte kann X annehmen ?
Berechnen Sie $P(X \leq 2)$.

Aufgabe 9: (3 VP)

Gibt es eine ganzratioale Funktion vierten Grades, deren Graph drei Wendepunkte besitzt ?
Begründen Sie Ihre Antwort.

Abiturprüfung Mathematik 2012 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (\sin(x) + 7)^5$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = 2e^{4x} + \frac{3}{x^2}$

Aufgabe 3: (3 VP)
Lösen Sie für $0 \le x \le 2\pi$ die Gleichung $\sin(x) \cdot \cos(x) - 2\cos(x) = 0$.

Aufgabe 4: (4 VP)
Gegeben sind die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x}$ und g mit $g(x) = 2x - 3$.
Bestimmen Sie die gemeinsamen Punkte der beiden zugehörigen Graphen.
Untersuchen Sie, ob sich die beiden Graphen senkrecht schneiden.

Aufgabe 5: (5 VP)
Eine der folgenden Abbildungen zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x - 2$.

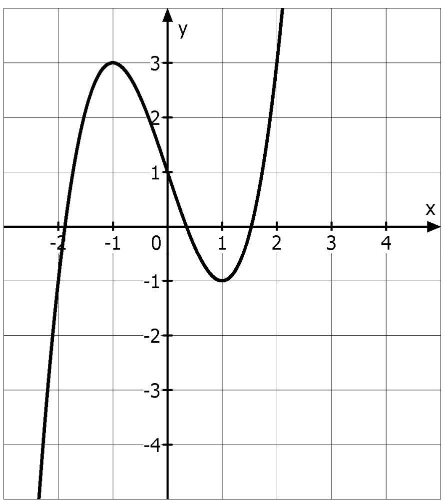


Abb. 1

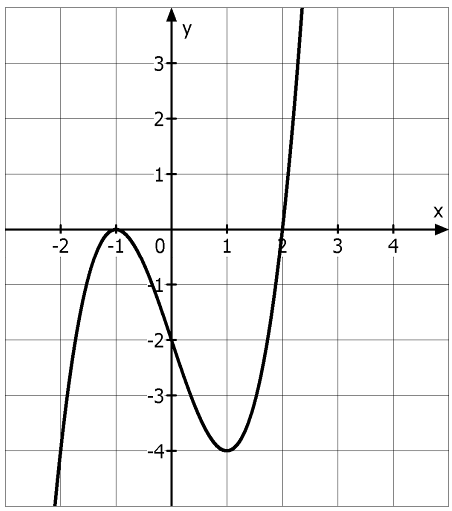


Abb. 2

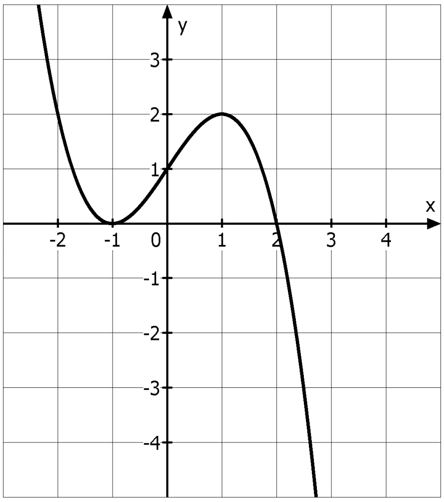


Abb. 3

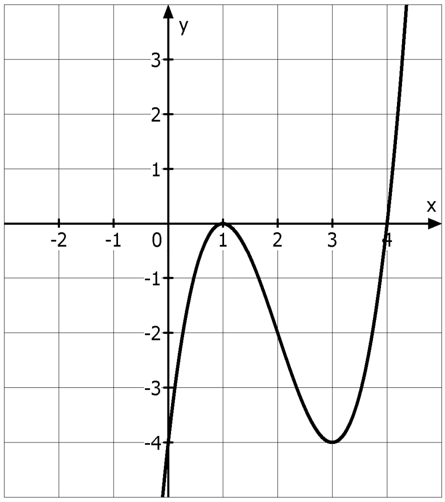


Abb. 4

a) Begründen Sie, dass die Abbildung 2 den Graphen von f zeigt.
b) Von den anderen drei Abbildungen gehört eine zur Funktion g mit $g(x) = f(x-a)$ und eine zur Funktion h mit $h(x) = b \cdot f(x)$
Ordnen Sie diesen beiden Funktionen die zugehörigen Abbildungen zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.
Geben Sie die Werte für a und b an.
c) Die bis jetzt nicht zugeordnete Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion k.
Geben Sie ohne Rechnung einen Funktionsterm für k an.

Aufgabe 6: (3 VP)

Gegeben sind die Ebene E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ und F: $x_2 + 2x_3 = 8$.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden.

Aufgabe 7: (4 VP)

Gegeben sind der Punkt A(1/1/3) und die Ebene E: $x_1 - x_3 - 4 = 0$.

a) Welche besondere Lage hat E im Koordinatensystem ?
b) Der Punkt A wird an der Ebene E gespiegelt.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Bildpunktes.

Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind eine Ebene E und eine Gerade g, die in E liegt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man eine Gleichung einer Geraden h ermitteln kann, die orthogonal zu g ist und ebenfalls in E liegt.

Abiturprüfung Mathematik 2011 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{\sin(2x)}{x}$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie das Integral $\int_0^1 (2x-1)^4\,dx$

Aufgabe 3: (3 VP)

Lösen Sie die Gleichung $4e^{2x} + 6e^{x} = 4$.

Aufgabe 4: (4 VP)

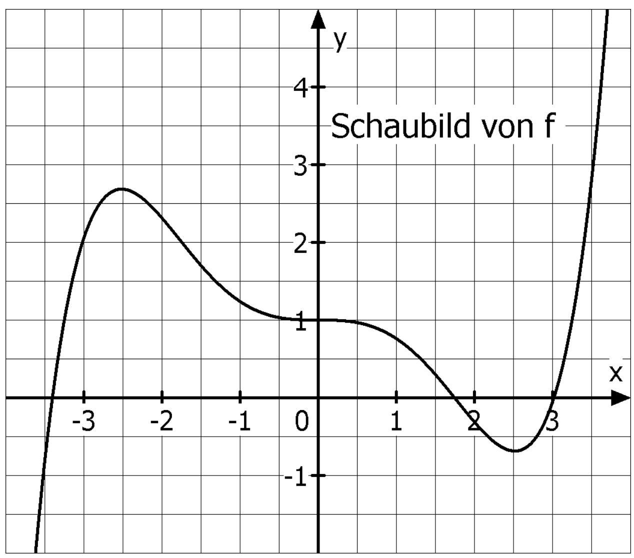
Gegeben sind die Funktion f und g mit $f(x) = e^{x}$ und $g(x) = -e^{-x} + 2$.

a) Beschreiben Sie, wie das Schaubild von g aus dem Schaubild von f entsteht.
b) Zeigen Sie, dass sich die Schaubilder von f und g im Punkt P(0/1) berühren.

Aufgabe 5: (5 VP)

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f.
F ist eine Stammfunktion von f.
Begründen Sie, dass folgende Aussagen wahr sind:

(1) F ist im Bereich $-3 \le x \le 1$ monoton wachsend
(2) f' hat im Bereich $-3,5 \le x \le 3,5$ drei Nullstellen.
(3) $\int_0^3 f'(x)\,dx = -1$
(4) O(0/0) ist Hochpunkt des Schaubilds von f'



Aufgabe 6: (4 VP)
Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrrcr} -5x_1 & +x_2 & -3x_3 & = & 7 \\ 5x_1 & -3x_2 & -x_3 & = & -11 \\ x_1 & & +x_3 & = & -1 \end{array}$$

Interpretieren Sie das Gleichungssystem und seine Lösungsmenge geometrisch.

Aufgabe 7: (3 VP)

Gegeben sind die Ebenen E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$

und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass E und g parallel zueinander sind.
b) Bestimmen Sie den Abstand von E und g.

Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man denjenigen Punkt B auf g bestimmt, der den kleinsten Abstand von A hat.

Abiturprüfung Mathematik 2010 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2-3x)\cdot e^{-x}$ und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie das Integral $\int_1^e \left(\frac{2}{x} + 4x\right)dx$

Aufgabe 3: (3 VP)
Hinweis: ab der Abiturprüfung 2012 nicht mehr prüfungsrelevant

Die Funktion f mit $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ hat die Nullstelle $x_1 = 1$.
Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von f.

Aufgabe 4: (4 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1-4x^2}{x^2}$. Ihr Schaubild ist K.

a) Geben Sie die Asymptoten von K an.
b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Tangente an K im Punkt P(1/f(1)) mit der x-Achse.

Aufgabe 5: (5 VP)
Die vier Abbildungen zeigen Schaubilder von Funktionen einschließlich aller waagrechten Asymptoten.

Eines dieser Schaubilder gehört zur Funktion f mit $f(x)=\dfrac{a}{1+x^2}-1$.

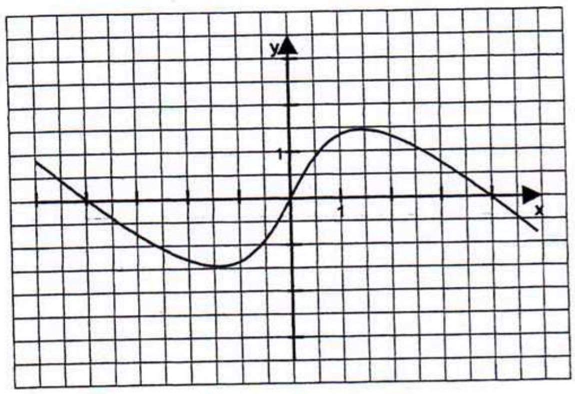


Abb.1

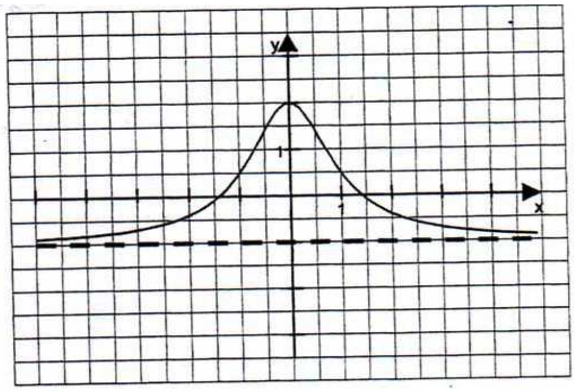


Abb. 2

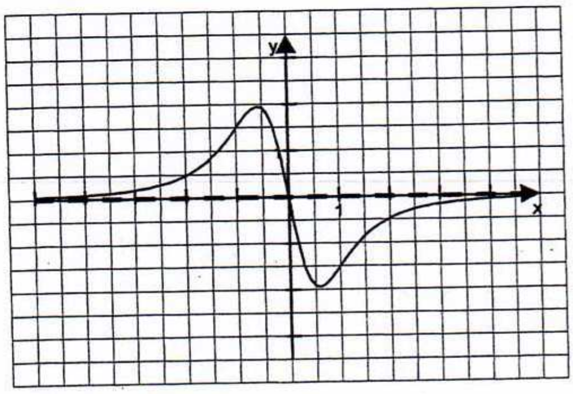


Abb. 3

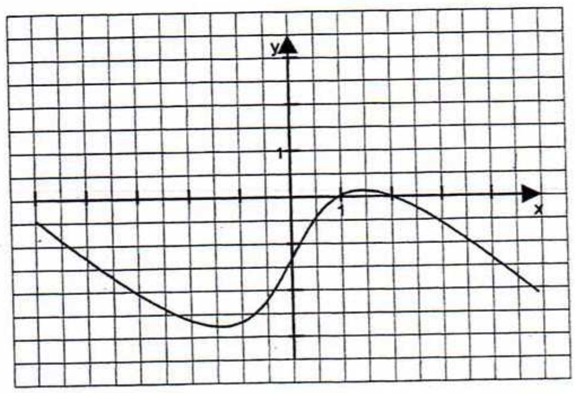


Abb. 4

a) Begründen Sie, dass Abbildung 2 zur Funktion f gehört.
Bestimmen Sie den Wert von a.

b) Von den anderen drei Abbildungen gehört eine zur Ableitungsfunktion f' und eine zur Integralfunktion I mit $I(x)=\int_2^x f(t)dt$.
Ordnen Sie diesen beiden Funktionen die zugehörigen Abbildungen zu und begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

Aufgabe 6: (3 VP)

Gegeben sind die Punkte A(2/4/1), B(0/2/-1), C(4/-2/1) und D(-1/9/0).
Überprüfen Sie, ob dieser vier Punkte in einer Ebene liegen.

Aufgabe 7: (4 VP)

Gegeben sind die Ebene E: $3x_1 - 4x_3 = -7$ und der Punkt P(9/-4/1).

a) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.
b) Der Punkt S(-1/1/1) liegt auf E.
Bestimmen Sie den Punkt Q auf der Geraden durch ‚S und P, der genauso weit von E entfernt ist wie P.

Aufgabe 8: (3 VP)

Die Gerade g und die Ebene E schneiden sich im Punkt S.
Die Gerade g' ist das Bild von g bei Spiegelung an der Ebene E.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um eine Gleichung der Geraden g' zu ermitteln.

Abiturprüfung Mathematik 2009 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x+1)$

Aufgabe 2: (2 VP)

Berechnen Sie das Integral $\int_4^9 \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 1 \right) dx$

Aufgabe 3: (3 VP)

Lösen Sie die Gleichung $(2x^2 - 8) \cdot (e^{2x} - 6) = 0$.

Aufgabe 4: (4 VP)

Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 3$ besitzt einen Wendepunkt.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

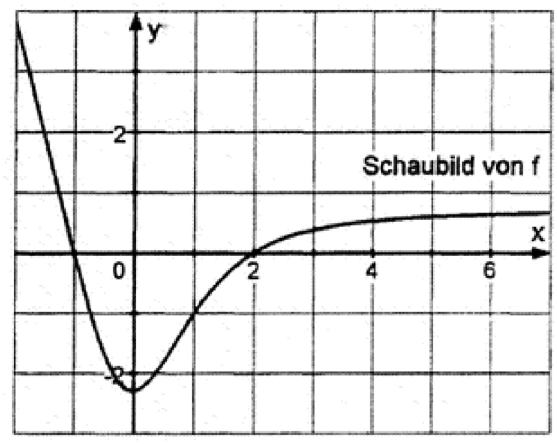
Aufgabe 5: (5 VP)

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f.
F ist eine Stammfunktion von f.

a) Welche Aussagen über F ergeben sich daraus im Bereich -2 < x < 7 hinsichtlich
- Extremstellen
- Wendestellen
- Nullstellen ?

Begründen Sie Ihre Antworten.

b) Begründen Sie, dass F(6) – F(2) > 1 gilt.



Aufgabe 6: (3 VP)
Hinweis: ab der Abiturprüfung 2012 nicht mehr prüfungsrelevant

Untersuchen Sie, ob die Vektoren $\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 7: (4 VP)

Gegeben sind die Ebene E: $x_1 + x_2 = 4$ und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Veranschaulichen Sie die Ebene E in einem Koordinatensystem.
b) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von g und E.
c) Bestimmen Sie den Abstand des Ursprungs von der Ebene E.

Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt A im Raum. A liegt nicht auf g.
A wird an der Geraden g gespiegelt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Bildpunkt A' zu bestimmen.

Abiturprüfung Mathematik 2008 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil – Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \dfrac{2x^2}{2x^2 - 3}$.

Bilden Sie die Ableitung von f und fassen Sie diese so weit wie möglich zusammen.

Aufgabe 2: (2 VP)

G ist eine Stammfunktion der Funktion g mit $g(x) = 2 - 3 \cdot \sin(4x)$.

Der Punkt P(0/1) liegt auf dem Schaubild von G. Bestimmen Sie einen Funktionsterm von G.

Aufgabe 3: (3 VP)

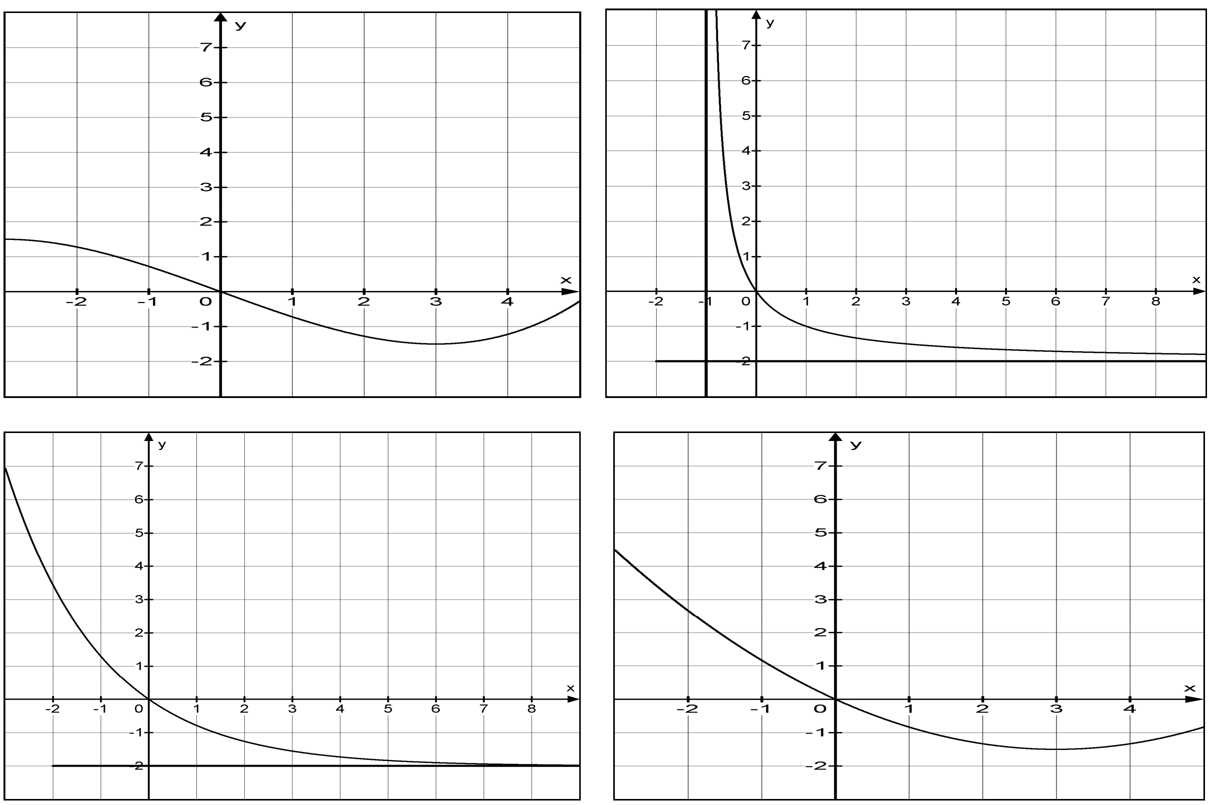
Lösen Sie die Gleichung $\dfrac{6}{x^4} + \dfrac{1}{x^2} = 1 \ \ (x \neq 0)$.

Aufgabe 4: (4 VP)

Für eine ganzrationale Funktion h zweiten Grades gilt: T(-1/-4) ist Tiefpunkt und Q(2/5) ein weiterer Punkt ihres Schaubilds. Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung von h.

Aufgabe 5: (5 VP)

Gegeben sind die Schaubilder von vier Funktionen, jeweils mit sämtlichen Asymptoten:



Drei dieser vier Schaubilder werden beschrieben durch die Funktionen f, g und h mit

$f(x)=\frac{-2x}{x+a}$, $g(x)=-2+b\cdot e^{-0,5x}$, $h(x)=c\cdot x^2-x$

a) Ordnen Sie den Funktionen f, g und h das jeweils passende Schaubild zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung.
b) Bestimmen Sie die Werte für a und b.

Aufgabe 6: (4 VP)

Gegeben sind die zwei parallelen Geraden g und h durch

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\9\\4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix},\quad h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}6\\-8\\2\end{pmatrix};\quad s,t\in\mathbb{R}$$

Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden.

Aufgabe 7: (3 VP)

Die Ebene E geht durch die Punkte A(1,5/0/0), B(0/3/0) und C(0/0/6).

Untersuchen Sie, ob die Gerade g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-4\\2\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\3\\2\end{pmatrix}$ $t\in\mathbb{R}$ parallel zur Ebene E verläuft.

Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind die beiden Ebenen $E_1:\ (\vec{x}-\overrightarrow{p_1})\cdot\overrightarrow{n_1}=0$ und $E_2:\ (\vec{x}-\overrightarrow{p_2})\cdot\overrightarrow{n_2}=0$.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man anhand dieser Normalengleichungen die gegenseitige Lage der beiden Ebenen untersuchen kann.

Abiturprüfung Mathematik 2007 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Pflichtteil - Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)
Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x)=(1+\sin x)^2$.

Aufgabe 2: (2 VP)
Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\ln 2} e^{2x}dx$.

Aufgabe 3: (3 VP)
Lösen Sie die Gleichung $e^x - 2 - \frac{15}{e^x} = 0$.

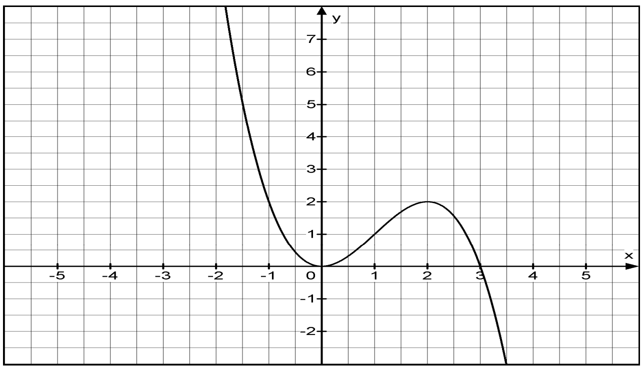
Aufgabe 4: (4 VP)
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$.

a) Bestimmen Sie die Punkte des Schaubildes von f mit waagrechter Tangente.

b) Das Schaubild von f hat im Punkt $P(1/\frac{1}{2})$ die Normale n. Ermitteln Sie eine Gleichung von n.

Aufgabe 5: (5 VP)

Gegeben ist das Schaubild der Ableitung f' der Funktion f.



a) Welche Aussagen über die Funktion f ergeben sich daraus im Hinblick auf
- Monotonie
- Extremstellen
- Wendestellen ?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

b) Es gilt f(0) = 2. Skizzieren Sie das Schaubild von f.

Aufgabe 6: (3 VP)

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14 \\ x_1 - 5x_2 - 4x_3 &= -21 \end{aligned}$$

Interpretieren Sie das Gleichungssystem und seine Lösungsmenge geometrisch.

Aufgabe 7: (4 VP)

Gegeben sind die Ebenen E und F mit

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r, s \in \mathbb{R}$

F: $\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

Zeigen Sie, dass die Ebenen E und F parallel sind.
Bestimmen Sie den Abstand der Ebenen.

Aufgabe 8: (3 VP)

Von einem senkrechten Kreiskegel kennt man die Koordinaten der Spitze S, die Koordinaten eines Punktes P des Grundkreises sowie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der der Grundkreis liegt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Mittelpunkt M und den Radius r des Grundkreises zu bestimmen.

Abiturprüfung Mathematik 2006 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Haupttermin Pflichtteil - Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8} \cdot \sin(4x^2)$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Geben Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}x^3$ an.

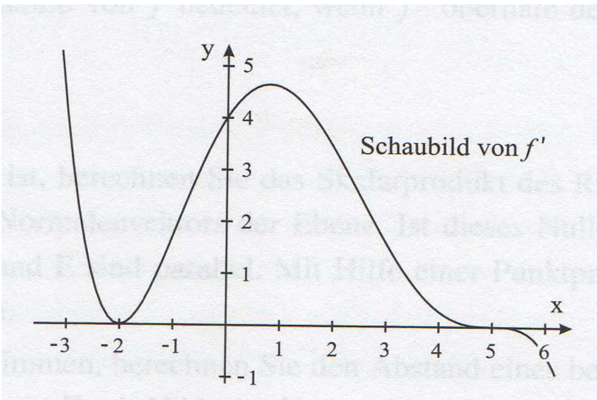
Aufgabe 3: (3 VP)
Hinweis: ab der Abiturprüfung 2012 nicht mehr prüfungsrelevant

Die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ hat die Nullstelle $x_1 = 1$.
Bestimmen Sie die weiteren Nullstellen.

Aufgabe 4: (4 VP)
Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die x-Achse im Ursprung. Der Punkt H(1/1) ist der Hochpunkt des Schaubilds.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Aufgabe 5: (5 VP)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.
Begründen Sie jeweils ihre Antwort.



1. Das Schaubild von f hat bei x = -2 einen Tiefpunkt.
2. Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.
3. Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y-Achse steiler als die erste Winkelhalbierende
4. f(0) > f(5)

Abiturprüfung Mathematik 2004 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Haupttermin Pflichtteil - Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$.

Aufgabe 2: (2 VP)

Geben Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{x^2}+\sin(2x)$ an.

Aufgabe 3: (3 VP)

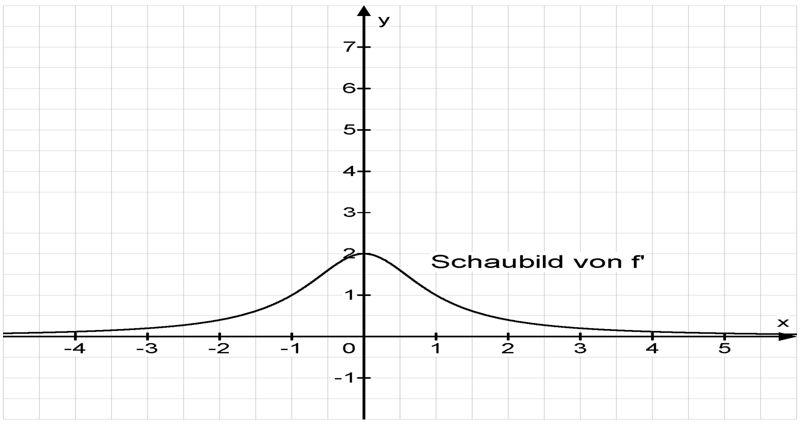
Lösen Sie die Gleichung $e^{4x}-11e^{2x}+18=0$.

Aufgabe 4: (3 VP)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{2}{x}+2$; $x\neq 0$.
Das Schaubild von f hat im Punkt P(1/v) die Tangente t.
Ermitteln Sie eine Gleichung von t.
Die Tangente t schneidet die x-Achse im Punkt S. Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

Aufgabe 5: (6 VP)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Welcher der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar ? Begründen Sie Ihre Antworten.



1. f ist streng monoton wachsend für -3 < x < 3.
2. Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
3. Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.
4. Es gilt f(x) > 0 für alle $x\in[-3;3]$.

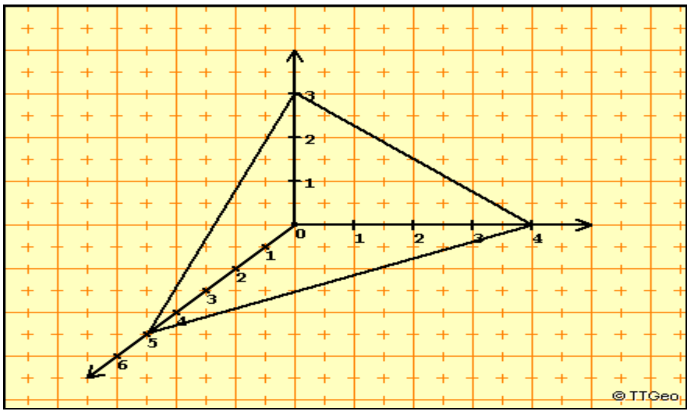
Aufgabe 6: (4 VP)

Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E durch g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

und E: $4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11$.
Prüfen Sie nach, ob der Punkt A(3/0/2) auf der Geraden g liegt.
Zeigen Sie: Die Gerade g ist orthogonal zur Ebene E.
Bestimmen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes der Ebene E, welcher vom Punkt A den kleinsten Abstand hat.

Aufgabe 7: (3 VP)

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der dargestellten Ebene.



Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind im Raum eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt.
Beschreiben Sie ein Verfahren zur Bestimmung des Abstandes von A zu g.

Abiturprüfung Mathematik 2005 Baden-Württemberg (ohne CAS)
Haupttermin Pflichtteil - Aufgaben

Aufgabe 1: (2 VP)
Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

Aufgabe 2: (2 VP)
Bestimmen Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = 4\cos\left(\frac{1}{2}x\right) - \frac{1}{4}x^4$.

Aufgabe 3: (3 VP)
Lösen Sie die Gleichung $x^5 - 3x^3 - 4x = 0$.

Aufgabe 4: (4 VP)
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4 - \frac{4}{x^2}$; $x \neq 0$.
Geben Sie die Asymptoten des Schaubilds von f an.
Skizzieren Sie damit das Schaubild von f.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Normalen im Punkt P(2/f(2)).

Aufgabe 5: (5 VP)
Gegeben sind die Schaubilder der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot e^x$, ihrer Ableitungsfunktion f', einer Stammfunktion F von f und der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

a) Begründen Sie, dass nur Bild 1 das Schaubild der Funktion f sein kann.
b) Ordnen Sie die Funktionen f', F und g den übrigen Schaubildern zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Bild 1

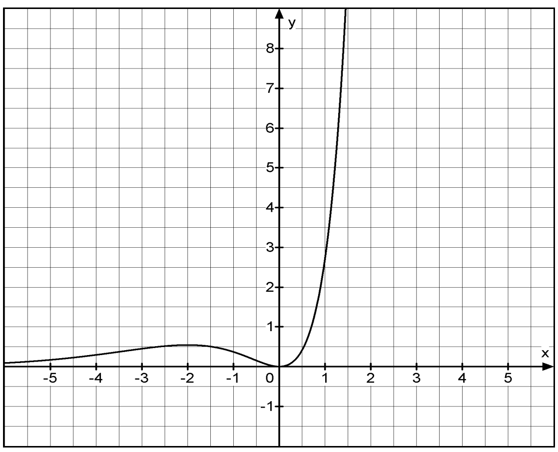


Bild 2

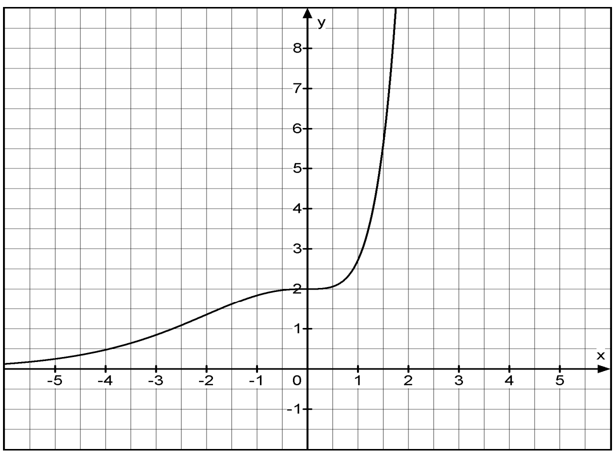


Bild 3

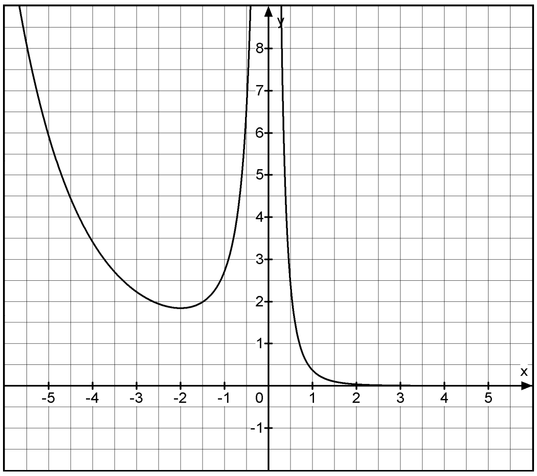
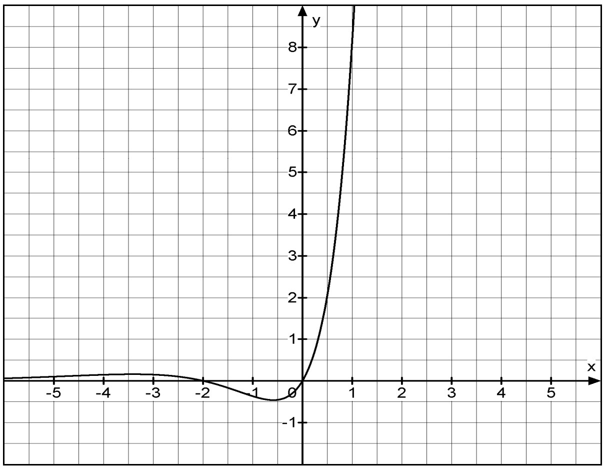


Bild 4



Aufgabe 6: (4 VP)

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 + x_3 &= 10 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 8 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Wie lässt sich ein solches Gleichungssystem und seine eindeutige Lösung geometrisch deuten ?

Aufgabe 7: (3 VP)

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die den Punkt A(2/-1/-2) und die Gerade

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $t \in R$ enthält.

Aufgabe 8: (3 VP)

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P, der nicht in E liegt.
P wird an E gespiegelt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Bildpunkt P’ zu bestimmen.
Fertigen Sie dazu eine Skizze an.

Daraus ergibt sich das LGS:

$$n_1 + 4n_2 + 3n_3 = 0$$
$$3n_1 + \quad + 1n_3 = 0$$

Das LGS besitzt unendlich viele Lösungen, es genügt, eine Lösung zu finden.

Setze hierzu z.B. $n_1 = 1$, dann ergibt sich $n_3 = -3$ und $n_2 = 2$, also $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Der Ansatz für die Ebenengleichung lautet E: $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = c$
Den Wert von c erhält man, wenn man den gegeben Punkt B(3/3/1) in die Ebene einsetzt:
$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 6$, also E: $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$

Aufgabe 8:

In folgenden Schritten erhält man den Spiegelpunkt P' von P bei der Spiegelung an E:

1.Schritt:
Aufstellen einer Hilfsgerade h, die senkrecht zur Ebene steht und durch den Punkt P verläuft (d.h. der Richtungsvektor von h entspricht dem Normalenvektor von E)

2.Schritt:
Berechnung des Schnittpunktes von der Hilfsgerade h mit der Ebene E. Hiermit erhält man den Lotfußpunkt L.

3.Schritt:
Vektorzugverfahren: $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{PL}$
Die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{OP'}$ entsprechen den Punktkoordinaten des Punktes P'.