

DATEN

$$\text{Quantil } x_{Q[p]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[n \cdot p]} + x_{[n \cdot p + 1]}) & \text{wenn } n \cdot p \in \mathbb{N} \\ x_{[n \cdot p]} & \text{wenn } n \cdot p \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

[...] Gaußsche Klammer $\rightarrow$ Aufrunden

$$\text{Arithmetisches Mittel } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{gewichtetes arithmetisches Mittel } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^r n_k \cdot x_k$$

 $(x_k$: Messwert der Gruppe, n_k : Häufigkeit der Messwerte in der jeweiligen Gruppe k , n : Anzahl der Messwerte)

$$\text{geometrisches Mittel } \bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\text{mittlere absolute Abweichung } \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$\text{Varianz (bei Population) } \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

$$\text{Standardabweichung (bei Population) } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\text{Variationskoeffizient (bei Population) } v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

WAHRSCHEINLICHKEIT

$$\text{Additionssatz } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$\text{Bedingte Wahrscheinlichkeit } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{Satz von Bayes } P_B(A) \cdot P(B) = P_A(B) \cdot P(A)$$

$$\text{A und B stochastisch unabhängig } P_A(B) = P_{\bar{A}}(B) = P(B) \quad \text{bzw.} \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Vierfeldertafel
(auch mit absoluten Häufigkeiten möglich)

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

$$\text{Erwartungswert } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\text{Varianz } Var(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\text{Standardabweichung } \sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$$

BINOMIALVERTEILUNG

$$\text{Binomialkoeffizient } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\text{Bernoulli-Formel } P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Erwartungswert } E(X) = n \cdot p$$

$$\text{Standardabweichung } \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Name Punkte /100 Note

MDA-2024-A-1 (10+10=20 Punkte)

In einer Stadt liegen folgende Zahlen eines Krankheitsausbruchs vor

x [Tage nach Aufzeichnungsbeginn]	0	7	10	14	21
Infizierte	503	1110	1603	2218	4599

- Sagen Sie mit Hilfe einer Regression die Zahl der Infizierten nach 4 Wochen und nach 5 Wochen voraus.
- Um wie viel Prozent nimmt die Zahl der Infizierten täglich zu, wie viel wöchentlich?

MDA-2024-A-2 (5+5+5+5=20 Punkte)

In einer Verpackungsanlage sollen Tee-Packungen abgefüllt werden. Es werden 8 Packungen hergestellt.

Packungsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Füllgewicht [g]	193	197	199	201	201	202	203	204

Berechnen Sie nachvollziehbar und runden Sie jeweils sinnvoll.

- arithmetisches Mittel
- Varianz und Standardabweichung
- Variationskoeffizient
- mittlere absolute Abweichung

MDA-2024-A-3 (15+5=20 Punkte)

Nach der Optimierung einer Verpackungsanlage werden 100 abgefüllte Teepackungen untersucht.

Anzahl	20	25	10	18	27
Füllgewicht [g]	198	199	200	201	202
Rang-Nr. ...	$x_1 - x_{20}$				

- Bestimmen Sie nötige Kennwerte für einen Boxplot und zeichnen Sie diesen.
- Geben Sie den Modalwert an.

MDA-2024-A-4 (10+10=20 Punkte)

- Nennen Sie die Hauptunterschiede und Einsatzbereiche von Säulen- und Balkendiagramm.
- Mit welchem Diagramm ist das Histogramm verwandt und wie unterscheidet es sich?

MDA-2024-A-5 (10+5+5=20 Punkte)

Es gilt: $P_A(B) = 0,3$, $P(B) = 0,4$, $P(A) = 0,7$.

- Berechnen Sie $P_B(A)$.
- Berechnen Sie $P(A \cap B)$.
- Begründen Sie, ob Ereignis B von Ereignis A abhängig ist.

Name

Punkte

/100 Note

MDA-2024-B-1 (10+5+5=20 Punkte)

In einer Stadt wird bei einem Krankheitsausbruch von zunächst exponentiellem Wachstum ausgegangen. Die Zahl der Infizierten x Tage nach Beobachtungsbeginn berechnet sich mit $f(x) = 510 \cdot 1,14^x$.

- Was sagen die Zahlen 510 und 1,14 aus?
- Mit wie vielen Infizierten kann man 14 Tage nach Beobachtungsbeginn rechnen?
- Um wie viel Prozent wächst die Zahl der Infizierten wöchentlich?

MDA-2024-B-2 (10+10=20 Punkte)

Zwei Berufstätige vergleichen Ihre tägliche Arbeitszeit (in h).

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Person 1	4	7,5	8,5	11,5	12
Person 2	6,5	8	9	9	9,5

Berechnen Sie für beide Mitarbeiter nachvollziehbar und ziehen Sie jeweils einen Vergleich.

- arithmetisches Mittel
- mittlere absolute Abweichung

MDA-2024-B-3 (20 Punkte)

Die täglichen Arbeitsstunden in einem Betrieb werden untersucht. Stellen Sie den Sachverhalt in einem Histogramm dar.

Anzahl Mitarbeiter	10	20	15	5
h pro Tag	[0;4]	(4;6]	(6;8]	(8;12]

MDA-2024-B-4 (5+10+5=20 Punkte)

Stromanbieter A verlangt 10 € Grundgebühr/Monat sowie 0,30 €/kWh.

Stromanbieter B 15 € Grundgebühr/Monat sowie 0,25€/kWh.

- Geben Sie jeweils einen Funktionsterm für die Sachverhalte an.
- Zeichnen Sie die Funktionen. Verwenden Sie für die x-Achsen-Unterteilung 100kWh pro cm. Zeichnen Sie mindestens jeweils 5 Punkte ein.
- Ab wann lohnt sich Anbieter B?

MDA-2024-B-5 (5+5+5+5=20 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeit für Berufsunfähigkeit liege bei 25%. Eine Belegschaft von 20 Personen wird untersucht.

- Begründen Sie kurz mit Stichpunkten, warum man von Binomialverteilung ausgehen kann.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden

- genau 5 Personen berufsunfähig?
- bis zu 5 Personen berufsunfähig?
- zwischen 3 und 7 Personen berufsunfähig?

- ① a) (Linear Regression: $f(x) = 192,038x + 9,401$ ($r^2 = 0,905 \rightarrow$ wenig, gut geeignet)
Exponentielle Regression $\Rightarrow g(x) = 524,45 \cdot 1,110^x$ ($r^2 = 0,997 \rightarrow$ gut geeignet)

nach 4 Wochen: $g(28) = 9806$

nach 5 Wochen: $g(35) = 20.392$

b) tägliche Zunahme: $11,0\%$

Wöchentliche Zunahme: $1,11^7 = 2,076 \Rightarrow 107,6\%$

② a) $\bar{x} = \frac{199 + 199 + \dots + 204}{8} = 200 \text{ [g]}$

b) $\text{Var}(X) = \frac{1}{8}[(193-200)^2 + (197-200)^2 + \dots + (204-200)^2] = 11,25 \text{ [g}^2\text{]}$

$\sigma = \sqrt{11,25} = 3,35 \text{ [g]}$

c) $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,35}{200} = 0,017$

d) $\bar{d} = \frac{1}{8}[|193-200| + |197-200| + \dots + |204-200|] = 2,75 \text{ [g]}$

③ a) $n = 100$

$x_{\min} = 198$

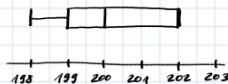
$x_{Q[0,25]} = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = 199$

$x_{Q[0,5]} = \frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) = 200$

$x_{Q[0,75]} = \frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) = 202$

$x_{\max} = 202$

b) $x_{100} = 202$



④ a) Säulendiagramm

wenige Werte darstellbar

z.B. Entwicklungsrücklauf
Umsätze

Balkendiagramm

vielen Werte darstellbar

z.B. Rangfolge von umsatzstärksten
Unternehmen Deutschlands

lange Beschriftungstrecke möglich

b) Säulendiagramm

feste Säulenbreite

Mengenunterschied durch
Höhe angezeigt

Histogramm

unterschiedliche Klassenbreite möglich

Mengenunterschied durch
Stärke angezeigt

⑤ $P_A(B) = 0,3$

$P(B) = 0,4$

$P(A) = 0,7$

a) $P_B(A) = \frac{P_A(B) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,7}{0,4} = 0,525$

b) $P(A|B) = P_A(B) \cdot P(A) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$

c) $P_A(B) \neq P(B)$

$0,3 \neq 0,4 \rightarrow$ Ereignis B ist von Ereignis A abhängig.

① $f(x) = 510 \cdot 1,14^x$

a) 510 Infizierten zu Beobachtungsbeginn

1,14 $\Rightarrow$ Infiziertenzahl wächst täglich um 14%.

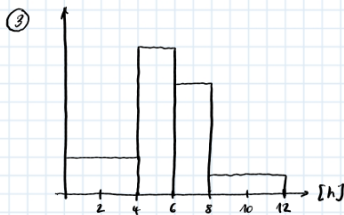
b) $f(14) = 3193$

c) $1,14^7 = 2,502 \Rightarrow$ um 150,2%.

② a) $\bar{x}_A = \frac{4+7,5+8,5+11,5+12}{5} = 8,7[h]$ $\bar{x}_B = \frac{6,5+8+9+9+9,5}{5} = 8,4[h]$

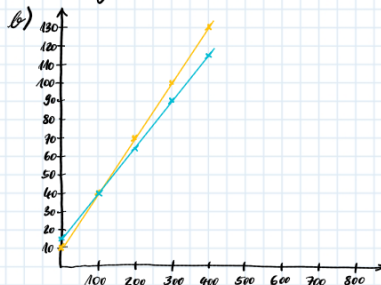
 $\Rightarrow$ durchschnittliche tägliche Arbeitszeit ähnlich

b) $\bar{a}_A = \frac{1}{2} \cdot (14 - 8,7 + |7,5 - 8,7| + \dots)$ $\bar{a}_B = \frac{1}{2} \cdot (16,5 - 8,4 + |18 - 8,4| + \dots)$
 $= 2,44[h]$ $= 0,92[h]$

 $\rightarrow$ Die durchschnittliche Abweichung von der durchschnittlichen täglichen Arbeitszeit ist bei Mitarbeiter B geringer

④ a) A: $f(x) = 0,3x + 10$

B: $g(x) = 0,25x + 15$



c) Anbieter B lohnt sich ab mehr als 100 kWh pro Monat.

⑤ a) 2 Ereignisse (berufsunfähig oder nicht)
Wahrscheinlichkeit bleibt gleich

b) $P(X=5) = 0,202$

c) $P(X \leq 10) = 0,617$

d) $P(3 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 2) = 0,898 - 0,091 = 0,807$