

SRH MDA-23.01 MuS Abschlussprüfung Version A

Datum **05.09.25** Dauer **180 min** Hilfsmittel **Merkhilfe + WTR**

Name

Punkte

/100

Note

Aufgaben

Für eine Klausur wird erfasst, wie viel der jeweilige Schüler Zeit zum Lernen eingesetzt hat und wie viele Punkte er damit erreicht hat. Führen Sie zu diesen Daten die gewünschten Rechnungen durch.

Die Tabelle gilt für die Aufgaben 1-3.

Erreichte Punkte	44	58	77	88	90	93	97	99	100
------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Aufgabe 1 (5+15+5 = 25 Punkte)

- Berechnen Sie die durchschnittlich erreichte Punktzahl.
- Bestimmen Sie nötige Kennwerte für einen Boxplot und zeichnen Sie diesen.
- Um wie viel Prozent ist die höchste Punktzahl größer als das arithmetische Mittel?

Aufgabe 2 (20+5 = 25 Punkte)

- Zeichnen Sie für die erreichten Punkte ein Histogramm.
(Berechnung der Häufigkeitsdichten und Einteilung der y-Achse in 1cm=0,05 [Personenanzahl/Punkte] empfohlen.)
Verwenden Sie die Klassen [0;70] ; (70;80]; (80;90]; (90;100].
- Nennen Sie ein Skalenniveau, das für ein allgemeines Histogramm nicht verwendet werden kann.

Aufgabe 3 (10+10+5 = 25 Punkte)

Bestimmen Sie für die erreichten Punkte

- die mittlere absolute Abweichung
- die Varianz und die Standardabweichung
- den Variationskoeffizient.

Aufgabe 4 (15+5+5 = 25 Punkte)

Eingesetzte Lernzeit [h]	0	1	1,5	4	5
Erreichte Punkte	44	70	77	88	97

Ein Schüler erfasst seine eingesetzte Lernzeit und seine erreichten Punkte in der jeweiligen Klausur.

- Erstellen Sie damit eine lineare Regression mit der Form $ax + b$. Geben Sie die Funktion an, die die Lernzeit (x-Werte, L1) mit den erreichten Punkten (y-Werte, L2) in Verbindung bringt.
- Sagen Sie mit Hilfe der erstellten Funktion vorher, wie viele Punkte er bei 4,25 h erreicht.
- Was bedeuten im Sachzusammenhang die Werte, die Sie für a und b ausgerechnet haben?

Name

Punkte

/100

Note

Aufgaben

Aufgabe 1 (10+5+10 = 25 Punkte)

In einer Stadt wird bei einem Krankheitsausbruch von zunächst exponentiellem Wachstum ausgegangen. Die Zahl der Infizierten x Tage nach Beobachtungsbeginn berechnet sich mit $f(x) = 510 \cdot 1,14^x$.

- Was sagen die Zahlen 510 und 1,14 aus?
- Mit wie vielen Infizierten kann man 14 Tage nach Beobachtungsbeginn rechnen?
- Nennen Sie drei mögliche Funktionen, die Ihr Taschenrechner mit Hilfe einer Regression aufstellen kann. Fertigen Sie dazu jeweils eine Mini-Skizze inkl. Beispiel an.

Aufgabe 2 (10+15 = 25 Punkte)

- Nennen Sie 4 Skalenniveaus und geben Sie für **eines** dieser Skalenniveaus ein Beispiel an.
- Erklären Sie prägnant, was man mit der mittleren absoluten Abweichung, der Varianz und Standardabweichung sowie mit dem Variationskoeffizient meint. Was bedeutet es, wenn der Variationskoeffizient v den Wert 0,1 annimmt?

Aufgabe 3 (10+10+5 = 25 Punkte)

Stromanbieter A verlangt 10 € Grundgebühr/Monat sowie 0,30 €/kWh.

Stromanbieter B 15 € Grundgebühr/Monat sowie 0,25€/kWh.

- Geben Sie jeweils einen Funktionsterm für die Sachverhalte an.
- Zeichnen Sie die Funktionen mit jeweils mindestens 5 Punkten. Verwenden Sie für die x-Achsen-Unterteilung 100kWh pro cm.
- Ab wann lohnt sich Anbieter B?

Aufgabe 4 (5+5+5+10 = 25 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeit für Berufsunfähigkeit liege bei 25%.

Eine Belegschaft von 20 Personen wird untersucht.

- Begründen Sie kurz mit Stichpunkten, warum man von Binomialverteilung ausgehen kann.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden

- genau 5 Personen berufsunfähig?
- bis zu 5 Personen berufsunfähig?
- zwischen 3 und 7 Personen berufsunfähig?

DATEN

$$\text{Quantil } x_{Q[p]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[n \cdot p]} + x_{[n \cdot p + 1]}) & \text{wenn } n \cdot p \in \mathbb{N} \\ x_{[n \cdot p]} & \text{wenn } n \cdot p \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

[...] Gaußsche Klammer $\rightarrow$ Aufrunden

$$\text{Arithmetisches Mittel } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{gewichtetes arithmetisches Mittel } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^r n_k \cdot x_k$$

 $(x_k$: Messwert der Gruppe, n_k : Häufigkeit der Messwerte in der jeweiligen Gruppe k , n : Anzahl der Messwerte)

$$\text{geometrisches Mittel } \bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\text{mittlere absolute Abweichung } \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$\text{Varianz (bei Population) } \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

$$\text{Standardabweichung (bei Population) } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\text{Variationskoeffizient (bei Population) } v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

WAHRSCHEINLICHKEIT

$$\text{Additionssatz } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$\text{Bedingte Wahrscheinlichkeit } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{Satz von Bayes } P_B(A) \cdot P(B) = P_A(B) \cdot P(A)$$

$$\text{A und B stochastisch unabhängig } P_A(B) = P_{\bar{A}}(B) = P(B) \quad \text{bzw.} \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Vierfeldertafel
(auch mit absoluten Häufigkeiten möglich)

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

$$\text{Erwartungswert } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$\text{Varianz } Var(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$\text{Standardabweichung } \sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$$

BINOMIALVERTEILUNG

$$\text{Binomialkoeffizient } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\text{Bernoulli-Formel } P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Erwartungswert } E(X) = n \cdot p$$

$$\text{Standardabweichung } \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

$$① \quad a) \quad \bar{x} = \frac{44 + 58 + \dots + 100}{9} = \frac{786}{9} = 87,3$$

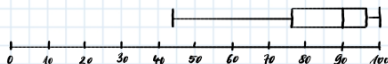
$$b) \quad x_{\min} = 44$$

$$x_{[44, 58]} = 77$$

$$x_{[58, 77]} = 90$$

$$x_{[77, 90]} = 97$$

$$x_{\max} = 100$$



$$c) \quad \frac{100}{87,3} = 1,206 \Rightarrow \text{um } 20,6\%$$

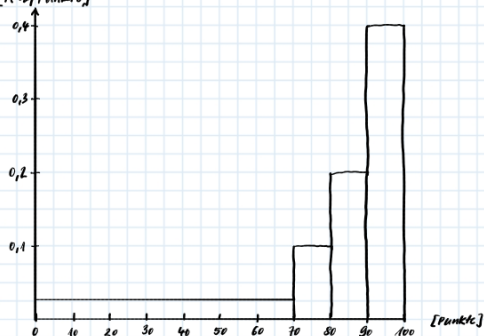
$$② \quad a) \quad d_1 = \frac{2}{70} = 0,0286$$

$$d_2 = \frac{1}{10} = 0,10$$

$$d_3 = \frac{2}{10} = 0,20$$

$$d_4 = \frac{4}{10} = 0,40$$

d_i [Anz/Punkte]



b) Nominalskala

$$③ \quad a) \quad \bar{d} = \frac{1}{9} (|44 - 82,889| + |58 - 82,889| + \dots + |100 - 82,889|) = 15,48$$

$$\frac{1}{9} (3 \cdot 82,889 - 44 - 58 - 77 + 88 + 90 + \dots + 100 - 6 \cdot 82,889)$$

$$b) \quad \text{Var} = \frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^9 x_i^2 - \bar{x}^2 = 344,099$$

$$s = 18,55$$

$$c) \quad r = \frac{18,55}{82,889} = 22,4\%$$

$$④ \quad a) \quad f(x) = 8,860 \cdot x + 54,823 \quad (r^2 = 0,850)$$

$$b) \quad f(4,25) = 92,48 \text{ [Punkte]}$$

c) $a = 8,860$ pro eingesetzter Lernstunde erhöht der Schüler

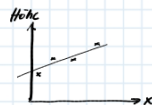
Seine erzielten Punkte voraussichtlich um ca. 9 Punkte (max. 100 P.)

$b = 54,823$ wenn er nichts lernt, schreibt er trotzdem mind. ca. 55 P.

- ① a) zu Beobachtungsbeginn gibt es 5.10 Infizierte.
Täglich werden es 14% mehr.

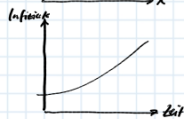
b) Mit ca. 3.193.

c) Lineare Regression



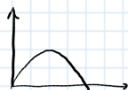
Staubsauger
(um Anschub zu minimieren)

Expon. Regression



Virusanbruch

quadratisch



Brückenbau

- ② a) Ordinal

Nominal

Intervall

Verhältnis $\rightarrow$ Abstand eines Gebäudes in cm

b) mittlere absolute Abweichung: durchschnittliche Abweichung vom Durchschnitt

Varianz: Hilfsgröße für Standardabweichung

Standardabweichung: Maß für die Abweichung vom Durchschnitt

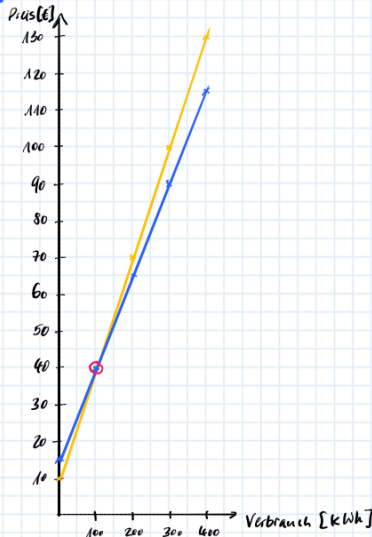
Variationskoeffizient: gibt an, um wie viel Prozent die Standardabweichung vom Durchschnitt abweicht
bei $v = 0,1$ um 10%.

② a) $A: y = 0,3x + 10$

$B: y = 0,25x + 15$

b)

x	0	100	200	300	400
A	10	40	70	100	130
B	15	40	65	90	115



c) Anbieter B lohnt sich ab 100 kWh / Monat.

- ④ a) Wahrscheinlichkeit bleibt gleich bei 25%, es gibt 2 Ereignisse, buntumfäbig oder nicht

b) $P(X=5) = 0,202$

c) $P(X \leq 5) = 0,617$

d) $P(3 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 2) = 0,807$