Name **Punkte** /100 **Note**

Hinweis: Dieser Arbeitsauftrag ist nur sinnvoll in Zusammenarbeit mit dem Dozenten lösbar.
Geben Sie nachvollziehbare prägnante Rechenwege an.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Eine Figur hüpft parabelförmig mit $f(x) = -x^2 + 6x - 4$.
Wird sie mit der Decke ($g(x) = 0{,}5x + 3{,}5$) kollidieren?

Erstellen Sie jeweils eine Wertetabelle, stellen Sie das Problem zeichnerisch dar und geben Sie Ihr Ergebnis an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Lösen Sie nachvollziehbar mit dem Satz von Vieta.

a) $x^2 - 10x - 11 = 0$
b) $x^2 + 2x - 15 = 0$

Aufgabe 3 (10 + 10 + 20 = 40 Punkte)

a) In einem Simulationsspiel hat ein Spieler folgende Lagervorräte in seinen Städten.

Stadt 1	Wirtshaus	Wohnsiedlung	Stadt 2	Wirtshaus	Wohnsiedlung
Tische	10	100	Tische	22	120
Stühle	40	300	Stühle	72	260
Bier	80	360	Bier	96	240
Mahlzeiten	50	560	Mahlzeiten	68	440

Berechnen Sie mit Hilfe von Matrizenoperationen, wie viel Lagervorräte er insgesamt in *beiden* Städten hat, wenn er auf Grund eines Levelaufstiegs für Stadt 1 einen Bonus von 20% bekommt.

b) Folgende Matrizen sind bekannt. (R=Rohstoffe, Z=Zwischenprodukte, E=Endprodukte)

A	B	C	$\vec{r}$	$\vec{z}$	$\vec{e}$
[R;Z]	[Z;E]	[R;E]	[R;1]	[Z;1]	[E;1]

Es gilt zum Beispiel $A \cdot \vec{z} = \vec{r}$, da $[R; Z] \cdot [Z; 1] = [R; 1]$.

Führen Sie auf die gleiche Weise drei weitere Beispiele an.
c)

A	Wand	Decke	Fenster	Tür	B	Kleines Haus	Wirtshaus	Großes Haus
Steine	100	0	0	0	Wand	4	10	8
Holz	0	20	6	8	Decke	1	1	2
Glas	0	0	2	1	Fenster	3	8	6
Lehm	4	8	0	0	Tür	1	3	1

Berechnen Sie mit Matrizenmultiplikation den Zusammenhang zwischen Rohstoffen und der Art des Hauses.

Wie viele Rohstoffe werden für 3 kleine Häuser, einem Wirtshaus und 2 großen Häusern benötigt?
Berechnen Sie mit Matrizenoperationen.

Aufgabe 4 (10+5+5=20 Punkte)

Sie entwickeln ein Spiel zum gleichnamigen Film Tron.

a) Ermitteln Sie nachvollziehbar rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Lichtlinien $f_1(x) = 2x + 4$ und $f_2(x) = 3x + 1$ mit dem Gleichsetzungsverfahren.
Stellen Sie die Lösung zusätzlich zeichnerisch dar.

b) Eine weitere Lichtlinie geht durch die Punkte $A(3|7), B(5|9)$.
Berechnen Sie übersichtlich die Funktionsgleichung der Lichtlinie mit der Form $f_3(x) = mx + c$ mit Hilfe des Additions-/Subtraktionsverfahrens.

c) Eine vierte Lichtlinie ist angegeben mit $x = \frac{y}{6} - 3$. Setzen Sie x in f_2 ein und berechnen Sie den Schnittpunkt.

Aufgabe 5 (10+10=20 Punkte)

a) Es gelte die Matrix B aus Aufgabe 3c. Es stehen folgende Zwischenprodukte zur Verfügung:

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} 106 \\ 16 \\ 83 \\ 26 \end{pmatrix}$$

Wie lautet der zugehörige Endproduktvektor, der hergestellt werden kann, wenn alle Zwischenprodukte verbraucht werden? B x e = z

$$\begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 106 \\ 1 & 1 & 2 & 16 \\ 3 & 8 & 6 & 83 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie in einer der beiden besprochenen Formen des Gaußverfahrens.
Sie können, um die Aufgabe zu vereinfachen, die letzte Zeile weglassen, wenn Sie möchten.

b) Für Rotationen gilt:

in 2D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ um den Ursprung

in 3D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ um die z-Achse.

Für Verschiebungen gilt:

in 2D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

in 3D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

Für Skalierungen gilt:

in 2D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ vom Ursprung aus

in 3D: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ vom Ursprung aus.

Für die Koordinaten der Eckpunkte eines kleinen Hauses sind bekannt:

$$\begin{array}{c} \\ X \\ Y \\ Z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 9 & 12 & 4 & 1 \\ 12 & 16 & 22 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Berechnen Sie nachvollziehbar die neuen Koordinaten des Hauses, wenn es zunächst um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ verschoben und danach um 30° gedreht wird.

Geben Sie die neuen Punkte als Matrix der Form

$$\begin{array}{c} \\ X' \\ Y' \\ Z' \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 9 & 12 & 4 & 1 \\ 12 & 16 & 22 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$ an.