PRÜFUNG
04.09.2020
VERSION A

Schule **SRH**
Fachrichtung **MDA**
Fach **MuS**
Dozent **Rawe Franko**

Erlaubte Hillfsmittel: Beigefügte Merkhilfe, Wissenschaftlicher Taschenrechner

Prüfungsdauer: 270 min

Name: ______________________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe	Note
Erreichbare Punkte	22	8	9	6	9	16	8	10	5	7	**100**	
Erreichte Punkte												

MERKHILFE

Daten

Quantil $x_{Q[p]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[n\cdot p]} + x_{[n\cdot p+1]}) & wenn\ \ n\cdot p\ \in \mathbb{N} \\ x_{[[n\cdot p]]} & wenn\ \ n\cdot p\ \notin \mathbb{N} \end{cases}$ [...]Gaußsche Klammer → Aufrunden

Median/Zentralwert $\bar{x}_z = x_{Q[0,5]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[\frac{n}{2}]} + x_{[\frac{n}{2}+1]}) & wenn\ \ n\ \ \ gerade\ ist \\ x_{\left[\frac{n+1}{2}\right]} & wenn\ \ n\ ungerade\ ist \end{cases}$ (für p=0,5)

Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (bei Population und Stichprobe)

Varianz $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$ (bei Population)

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{Var(X)}$ (bei Population)

Varianz $s_{n-1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$ (empirische Varianz, bei Stichprobe)

Standardabweichung $s_{n-1} = \sqrt{Var(X)}$ (empirische Standardabweichung, bei Stichprobe)

Gewichtetes arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{r} n_k \cdot x_k$

(x_k: Messwert der Gruppe, n_k: Häufigkeit der Messwerte in der jeweiligen Gruppe k, n: Anzahl der Messwerte)

Geometrisches Mittel $\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \ldots \cdot x_n}$ (z.B. bei Wachstumsraten)

Mengenlehre

Ω: Grundmenge

$|A|$: Mächtigkeit der Menge A

$A \cap B$: Schnittmenge von A und B (A und B)

$A \cup B$: Vereinigungsmenge von A und B (A oder B)

$A \backslash B$: Differenzmenge (A ohne B)

Wahrscheinlichkeit

Additionssatz $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

Bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Satz von Bayes $P_B(A) = \frac{P_A(B) \cdot P(A)}{P(B)}$

A und B stochastisch unabhängig $P_A(B) = P(B)$ bzw. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Vierfeldertafel (auch mit absoluten Häufigkeiten möglich)

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

Gegenereignis $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, \ x_2 \dots, \ x_n \in \mathbb{R}$

Erwartungswert $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$

Varianz $Var(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardabweichung $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

Binomialverteilung

Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

Bernoulli-Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Erwartungswert $E(X) = \mu = n \cdot p$

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Sigmaregeln $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx 68{,}3\%$

$P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma) \approx 95{,}4\%$

$P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma) \approx 99{,}7\%$

$P(\mu - 1{,}64\sigma \le X \le \mu + 1{,}64\sigma) \approx 90\%$

$P(\mu - 1{,}96\sigma \le X \le \mu + 1{,}96\sigma) \approx 95\%$

$P(\mu - 2{,}58\sigma \le X \le \mu + 2{,}58\sigma) \approx 99{,}0\%$

(Diese Näherungen sind besser, wenn der Stichprobenumfang n größer ist.

Nach einer Faustregel gelten sie für $\sigma > 3$ als brauchbar.)

AUFGABEN

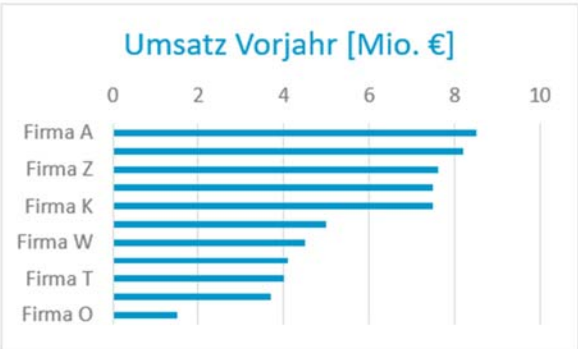
Aufgabe 1 (10 + 6 + 2 + 4 = 22 Punkte)

In einem Krankenhaus mit 917 Patienten wird eine Studie über die tägliche Einnahme von verschiedenen Tabletten gemacht.

Anzahl Tabletten	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl der Patienten	98	88	123	188	244	80	43	12	14	6	4	6	4	5	0	2

a) Berechnen Sie die für einen Boxplot notwendigen Kennwerte und zeichnen Sie diesen.
b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel.
c) Geben Sie den Modalwert an.
d) Berechnen Sie $x_{Q[0,2]}$ in korrekter Schreibweise.
Welche hauptsächliche Aussage lässt sich damit tätigen?
Wie viel Prozent der Patienten nehmen maximal 1 Tablette am Tag? Runden Sie auf eine Nachkommastelle.

Aufgabe 2 (2 + 2 + 4 = 8 Punkte)



a) Wie nennt man die dargestellte Diagrammart?
b) Was ist in diesem Fall der Hauptgrund, warum die Diagrammart Sinn macht?
c) Welche zwei weiteren Gründe kann es geben, diese Diagrammart zu verwenden?

Aufgabe 3 (3 + 3 + 3 = 9 Punkte)

Stellen Sie die folgenden Mengen in einem Venn-Diagramm dar.

a) $(A \cup B) \setminus B$
b) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Geben Sie für Ihr Ergebnis aus a) eine alternative Mengenoperation an, die zum selben Ergebnis führt.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Nennen Sie zwei Haupteigenschaften, die das Histogramm im Vergleich zum Säulendiagramm besitzt.

Aufgabe 5 (3 + 6 = 9 Punkte)

In einer Apotheke wird ein Produkt von 4 Herstellern angeboten. Aus dem Vormonat liegen folgende Angaben vor:

Hersteller	A	B	C	D
Preis	4,90 €	5,80 €	6,20 €	6,90 €
Verkaufsanteil	40 %	25 %	15 %	20%

a) Welchen durchschnittlichen Preis bezahlt ein Kunde für dieses Produkt?
b) Berechnen Sie ebenfalls Varianz und Standardabweichung.

Aufgabe 6 (4 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 = 16 Punkte)

Ein Krankenhaus untersucht, ob die Genesung schneller bei Patienten mit Einzel- oder Doppelbettzimmer voranschreitet. Sie machen die Genesung an der Aufenthaltsdauer fest.
Insgesamt gibt es zum betrachteten Zeitpunkt 1140 Patienten.
373 Patienten haben eine Aufenthaltsdauer von unter 5 Tagen, 140 dieser Patienten besitzen ein Einzelzimmer.
479 Patienten haben weder ein Einzelzimmer noch beträgt ihre Aufenthaltsdauer unter 5 Tagen.

a) Erstellen Sie eine Vierfeldertafel mit den Ereignissen
$E, \bar{E}$ *sowie* $U, \bar{U}$ ($E = Einzelbettzimmer, U = Aufenthalt\ unter\ 5\ Tagen$).

Verwenden Sie bei den nachfolgenden Berechnungen die erstellte Vierfeldertafel und geben Sie Wahrscheinlichkeiten mit der korrekten Schreibweise an.

b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Patient ein Einzelbettzimmer nutzt.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Patient ein Einzelbettzimmer nutzt und nach weniger als 5 Tagen entlassen wird.
d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Patient mit Einzelzimmer nach weniger als 5 Tagen entlassen wird sowie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient mit Doppelzimmer nach weniger als 5 Tagen entlassen wird. Geben Sie Ihre Ergebnis in Prozent an und runden Sie es auf eine Nachkommastelle.
Ist die Aufenthaltsdauer demnach von der Zimmerart abhängig?
e) Sie treffen auf dem Flur auf einen Patienten, der ein Einzelzimmer hat.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er länger als 5 Tage im Krankenhaus bleiben wird?
f) Sie treffen auf einen weiteren Patienten, der sagt, dass er endlich nach 3 Tagen Aufenthalt entlassen wird.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er ein Einzelzimmer hatte?

Aufgabe 7 (2 + 3 + 3 = 8 Punkte)

Die durchschnittliche Bettenauslastung in einem Krankenhaus in Deutschland betrug im Jahre 2015 77,5%.
In einem Krankenhaus stehen 300 Betten zur Verfügung.

a) Wie viele belegte Betten kann man erwarten?
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bis zu 200 Betten belegt sind. Geben Sie das Ergebnis in Prozent an.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 225 Betten belegt sind.

Aufgabe 8 (4 + 4 + 2 = 10 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für einen Merkmalsträger an sowie jeweils 3 Merkmale mit jeweils mind. 2 Merkmalsprägungen.

Notieren Sie zusätzlich das jeweilige Skalenniveau (nominal-, ordinal-, intervall- oder verhältnisskaliert) und auch, ob es sich um ein stetiges oder diskretes Merkmal handelt.

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Infektionskrankheit zu bekommen betrage 0,25%.
Die Wahrscheinlichkeit, in Folge der Infektionskrankheit Lungenprobleme zu bekommen betrage 80%.
Gleichzeitig bekommen Personen mit Lungenproblemen recht häufig diese Infektionskrankheit, nämlich 2,5%.
(Im Vergleich zum Durchschnittswert 10mal so hoch.)

Erfassen Sie die vorgenannten Angaben in korrekter Schreibweise. Berechnen Sie mit Hilfe des Satzes von Bayes die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person Lungenprobleme hat.

Aufgabe 10 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

a) Nennen Sie zwei wichtige Voraussetzungen, die gegeben sein müssen, damit man die Bernoulli-Formel verwenden darf.

Geben Sie bei den folgenden Bernoulli-Formeln jeweils n, p und k an.

b) $\binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$ c) $20 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{19}$

PRÜFUNG
04.09.2020
VERSION B

Schule **SRH**
Fachrichtung **MDA**
Fach **MuS**
Dozent **Rawe Franko**

Erlaubte Hilfsmittel: Beigefügte Merkhilfe, Wissenschaftlicher Taschenrechner

Prüfungsdauer: 270 min

Name: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe	Note
Erreichbare Punkte	16	14	13	6	14	6	13	7	5	6	**100**	
Erreichte Punkte												

MERKHILFE

Daten

Quantil $x_{Q[p]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[n\cdot p]} + x_{[n\cdot p+1]}) & wenn\ \ n\cdot p\ \in \mathbb{N} \\ x_{[[n\cdot p]]} & wenn\ \ n\cdot p\ \notin \mathbb{N} \end{cases}$ [...]Gaußsche Klammer → Aufrunden

Median/Zentralwert $\bar{x}_z = x_{Q[0,5]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[\frac{n}{2}]} + x_{[\frac{n}{2}+1]}) & wenn\ \ n\ \ \ gerade\ ist \\ x_{[\frac{n+1}{2}]} & wenn\ \ n\ ungerade\ ist \end{cases}$ (für p=0,5)

Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (bei Population und Stichprobe)

Varianz $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$ (bei Population)

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{Var(X)}$ (bei Population)

Varianz $s_{n-1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$ (empirische Varianz, bei Stichprobe)

Standardabweichung $s_{n-1} = \sqrt{Var(X)}$ (empirische Standardabweichung, bei Stichprobe)

Gewichtetes arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{r} n_k \cdot x_k$

(x_k: Messwert der Gruppe, n_k: Häufigkeit der Messwerte in der jeweiligen Gruppe k, n: Anzahl der Messwerte)

Geometrisches Mittel $\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \ldots \cdot x_n}$ (z.B. bei Wachstumsraten)

Mengenlehre

Ω: Grundmenge

$|A|$: Mächtigkeit der Menge A

$A \cap B$: Schnittmenge von A und B (A und B)

$A \cup B$: Vereinigungsmenge von A und B (A oder B)

$A \backslash B$: Differenzmenge (A ohne B)

Wahrscheinlichkeit

Additionssatz $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

Bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Satz von Bayes $P_B(A) = \frac{P_A(B) \cdot P(A)}{P(B)}$

A und B stochastisch unabhängig $P_A(B) = P(B)$ bzw. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Vierfeldertafel (auch mit absoluten Häufigkeiten möglich)

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

Gegenereignis $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Zufallsgröße X mit den Werten $x_1,\ x_2 \dots,\ x_n \in \mathbb{R}$

Erwartungswert $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$

Varianz $Var(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardabweichung $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

Binomialverteilung

Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

Bernoulli-Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Erwartungswert $E(X) = \mu = n \cdot p$

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Sigmaregeln $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68{,}3\%$

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 95{,}4\%$

$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 99{,}7\%$

$P(\mu - 1{,}64\sigma \leq X \leq \mu + 1{,}64\sigma) \approx 90\%$

$P(\mu - 1{,}96\sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96\sigma) \approx 95\%$

$P(\mu - 2{,}58\sigma \leq X \leq \mu + 2{,}58\sigma) \approx 99{,}0\%$

(Diese Näherungen sind besser, wenn der Stichprobenumfang n größer ist.

Nach einer Faustregel gelten sie für $\sigma > 3$ als brauchbar.)

AUFGABEN

Aufgabe 1 (9 + 4 + 3 = 16 Punkte)

Für ein Medikament liegen Ihnen die Preise von 5 verschiedenen Firmen vor (Angaben in €):
4,90 €; 5,55 €; 6,50 €, 6,90 €, 11,90€.

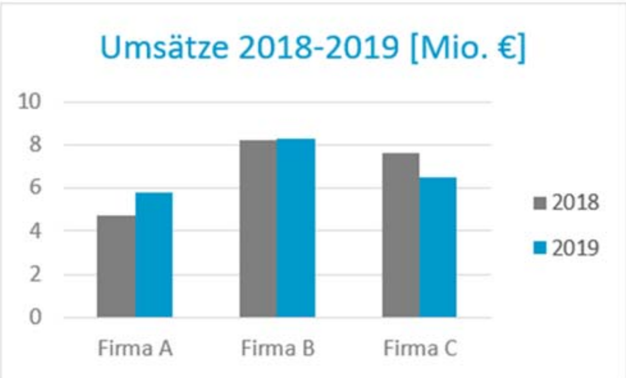
a) Berechnen Sie für diese Stichprobe $\bar{x}, s_{n-1}^2$ sowie s_{n-1}.

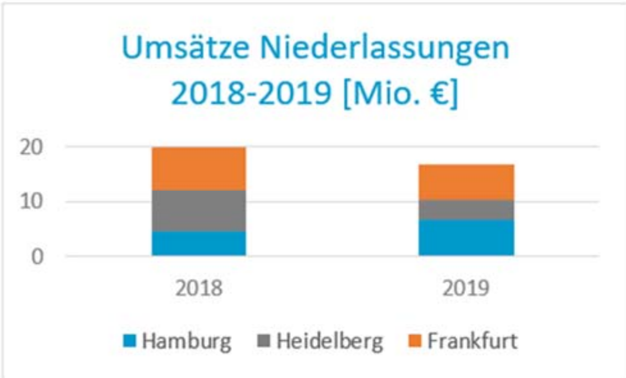
Auf dem Markt sind weitere Medikamente gleicher Art und Packungsgröße verfügbar. Sie erhalten davon eine vollständige Auflistung. Als Zentralwert erhalten Sie nun 5,80€.

b) Um wie viel Prozent weicht der neue Zentralwert von Ihrem berechneten arithmetischen Mittel aus Aufgabenteil a) ab?
Womit kann man diesen Unterschied allgemein begründen?

c) Durch Ihre vollständige Auflistung erhalten Sie folgenden Wert: $x_{Q[0,2]} = 5{,}10€$.
Welche hauptsächliche Aussage können Sie damit tätigen?

Aufgabe 2 (4 + 3 + 3 + 2 + 2 = 14 Punkte)





a) Nennen Sie die beiden dargestellten Diagrammarten.

Beantworten Sie folgende weitere Fragen zum Thema Diagramme.

b) Welche beiden Diagramme könnte man bei einem Kombidiagramm verwenden?
c) Welche Besonderheit gibt es beim Kombidiagramm bezüglich der y-Achse/dem Wertebereich?
d) Welchen Hauptgrund gibt es, ein Streifen- oder auch Kreisdiagramm zu verwenden?
e) Wie nennt man ein Säulendiagramm, bei dem statt Rechtecke Striche verwendet werden?

Aufgabe 3 (3 + 4 + 3 + 3 = 13 Punkte)

In Fabrik A sind 8% eines hergestellten Produkts defekt. Insgesamt werden 6% des Produkts aussortiert.
12% werden aussortiert und/oder sind defekt.

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Additionssatzes, wie viel Prozent sowohl defekt sind als auch aussortiert werden.
b) Stellen Sie den Sachverhalt in einem Venn-Diagramm dar.
c) Wie viel Prozent sind weder defekt noch werden aussortiert?
d) In Fabrik B wird das gleiche Produkt hergestellt. Hiervon werden täglich 40 Stück aussortiert.
(Das sind 10 mehr als in Fabrik A).
Nehmen Sie Stellung dazu, ob dies viel oder wenig ist und verwenden Sie Fachbegriffe.

Aufgabe 4 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Geben Sie für folgende Merkmale das jeweilige Skalenniveau (nominal-, ordinal-, intervall- oder verhältnisskaliert) an und auch, ob es sich um ein stetiges oder diskretes Merkmal handelt.

a) Gewicht
b) Temperatur (Celsius)
c) Name

Aufgabe 5 (6 + 5 + 3 = 14 Punkte)

Bei einer Binomialverteilung gelte n=5, p=0,25.

a) Erstellen Sie eine Tabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung. Runden Sie die Daten auf 4 Nachkommastellen.
b) Zeichnen Sie ein Säulendiagramm zu dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung.
c) Wie ändert sich die Grafik wenn p größer wird?

Aufgabe 6 (3 + 3 = 6 Punkte)

Berechnen Sie **per Hand** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer Gruppe von 3 Personen genau einer ein Raucher ist, wenn die Wahrscheinlichkeit hierfür 1/3 beträgt.
Berechnen Sie ebenso **per Hand** die Wahrscheinlichkeit, dass keiner der 3 Personen raucht.

Aufgabe 7 (2 + 3 + 4 + 4 = 13 Punkte)

In einem Krankenhaus mit 400 Betten sind durchschnittlich 78% belegt.

a) Mit wie vielen belegten Betten kann man rechnen?
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 320 Betten belegt sind.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen 310 und 330 Betten belegt sind.
d) Einige Betten sollen repariert werden, weitere müssen für den Weitergebrauch desinfiziert werden.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Betten ausgehen wenn 75 Betten zeitweise nicht zur Verfügung stehen.
Führen Sie dieselbe Rechnung für 50 Betten durch. (Runden Sie sinnvoll.)

Aufgabe 8 (2 + 2 + 3 = 7 Punkte)

a) Ein Medikament weißt 3 mögliche Nebenwirkungen auf.
Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten an auftretenden Nebenwirkungen gibt es?
b) 3 Patienten sitzen im Wartezimmer. Wie viele Möglichkeiten gibt es, sie aufzurufen?
c) 6 Männer sitzen im Wartezimmer. 2 davon heißen Markus. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wer Markus sein könnte.

Aufgabe 9 (3 + 2 = 5 Punkte)

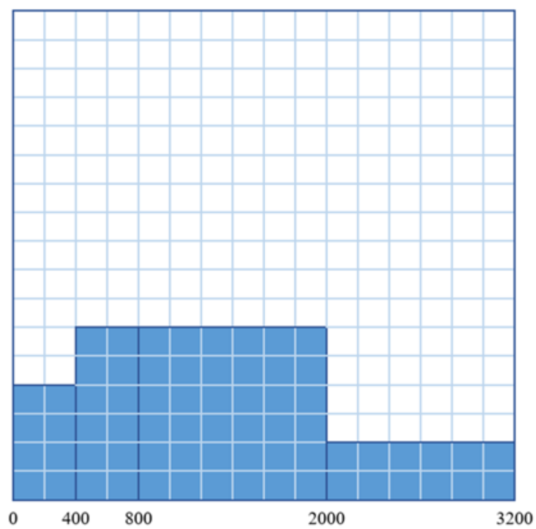
In einer Gruppe von 10 Personen sind 4 blond, 8 sind Rechtshänder.

a) Erstellen Sie hierfür ein vollständiges Baumdiagramm.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass jemand blond ist und ein Rechtshänder.

Aufgabe 10 (6 Punkte)

In einem Betrieb werden folgende Netto-Gehälter (Angaben in €) ausbezahlt:

Netto-Gehalt	[0 - 400)	[400 - 800)	[800 - 2000)	[2000 - 3200]
Anzahl Mitarb.	20	30	______	______



In der Tabelle fehlen die Angaben der Anzahl der Mitarbeiter, die zwischen 800 € und 2000 € bzw. zwischen 2000 € und 3200 € netto verdienen. Nennen Sie diese.