

DATEN

Quantil $x_{Q[p]} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{[n \cdot p]} + x_{[n \cdot p + 1]}) & \text{wenn } n \cdot p \in \mathbb{N} \\ x_{[n \cdot p]} & \text{wenn } n \cdot p \notin \mathbb{N} \end{cases}$

[...]Gaußsche Klammer → Aufrunden

Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

gewichtetes arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^r n_k \cdot x_k$

(x_k : Messwert der Gruppe, n_k : Häufigkeit der Messwerte in der jeweiligen Gruppe k , n : Anzahl der Messwerte)

geometrisches Mittel $\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

mittlere absolute Abweichung $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$

Varianz (bei Population) $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{x}^2$

Standardabweichung (bei Population) $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Variationskoeffizient (bei Population) $v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

WAHRSCHEINLICHKEIT

Additionssatz $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

Bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Satz von Bayes $P_B(A) \cdot P(B) = P_A(B) \cdot P(A)$

A und B stochastisch unabhängig $P_A(B) = P_{\bar{A}}(B) = P(B)$ bzw. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Vierfeldertafel
(auch mit absoluten Häufigkeiten möglich)

	A	\bar{A}	Σ
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
\bar{B}	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

Erwartungswert $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$

Varianz $Var(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardabweichung $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

BINOMIALVERTEILUNG

Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

Bernoulli-Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Erwartungswert $E(X) = n \cdot p$

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

PRÜFUNG

01.09.23

VERSION A

Schule **SRH**
 Fachbereich **MDA**
 Fach **MuS**
 Dozent **Rawe Franko**

Erlaubte Hilfsmittel Beigefügte Merkhilfe, Zugelassener Taschenrechner

Prüfungsdauer 180 min

Prüfungsmodalitäten

- Bewertet werden nur Ergebnisse auf den dafür vorgesehenen Antwortbögen, nicht auf den Aufgabenblättern (es sei denn, die Aufgabe verlangt es)
- Bis zum Abschluss der Prüfung sind alle Blätter mit Namen zu versehen

Name: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
Erreichbare Punkte	25	25	25	10	10	5	100	
Erreichte Punkte								

MDA-PRÜFUNG 2023-A

MDA-2023-A-1 (10+10+5=25 Punkte)

Erstellen Sie zu folgenden Messwerten eine Regression.

X [Zeit in h]	-2	-1	0	1	2
Bestand	2,0	5,1	8,4	11,5	15,0

- Führen Sie eine lineare und exponentielle Regression durch. Speichern Sie die Werte unter $f(x)$ bzw. $g(x)$ ab. Geben Sie die Funktionen an und runden Sie sinnvoll. Begründen Sie, welche Regression sich besser eignet.
- Lesen Sie bei den abgespeicherten linearen und exponentiellen Funktionen folgende Messwerte ab und geben Sie diese an (runden Sie sinnvoll):
 $f(3), f(4,5), f(9,123)$ sowie $g(3), g(4,5), g(9,123)$.
- Welchen Anfangsbestand hat $f(x)$ und um wie viel wächst er stündlich?

MDA-2023-A-2 (25 Punkte)

Das Gewicht von Wassermelonen in einem Supermarkt wird gemessen.

Rangnummer	1	2	3	4	5
Gewicht [kg]	3,145	3,332	3,742	3,891	4,035

Berechnen Sie nachvollziehbar das arithmetische Mittel, Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizienten sowie die mittlere absolute Abweichung. Runden Sie sinnvoll.

MDA-2023-A-3 (5+10+5+5=25 Punkte)

Anzahl	7	10	5	3	1
Allergien	0	1	2	3	4
Rang-Nr. ...	$x_1 - x_7$				

Eine Gruppe wurde nach Allergien befragt.

- Ergänzen Sie fehlende Rangummern.
- Berechnen Sie die Quartile des Boxplots ausführlich und nachvollziehbar mit den Formeln der Merkhilfe. Geben Sie ebenfalls Minimum und Maximum an.
- Zeichnen Sie den Boxplot.

Für einen anderen Boxplot gilt: $x_{Q[0,1]} = 125 \text{ €}$

- Wie nennt man $x_{Q[0,1]}$? Welche Information kann man aus $x_{Q[0,1]} = 125 \text{ €}$ herausziehen?

MDA-2023-A-4 (10 Punkte)

Erklären Sie an Hand eines Virusausbruchs, welche Informationen man aus einem Blasendiagramm ablesen kann. Fertigen Sie dazu eine grobe Skizze an.

MDA-2023-A-5 (10 Punkte)

	<i>A: bis zu 2 Tage</i>	<i>B: bis zu 5 Tage</i>	<i>C: länger als 5 Tage</i>	Σ
<i>V: vorher</i>	24	14	7	45
<i>N: nachher</i>	16	11	5	32
Σ	40	25	12	77

In einem Krankenhaus wird eine neue Behandlungsmethode getestet, um die Aufenthaltsdauer der Patienten zu verringern. Dazu wird die Aufenthaltsdauer jeweils eine Woche vor und nach der neuen Behandlungsmethode erfasst.

Begründen Sie rechnerisch, ob sich die neue Behandlungsmethode lohnt. Verwenden Sie korrekte Schreibweisen.

MDA-2023-A-6 (5 Punkte)

Für 10 Aufträge wurden am Vortag 3 Mitarbeiter eingesetzt. Sie benötigten dafür 4 h. Wie viel Zeit benötigen Sie voraussichtlich für 8 Aufträge mit 6 Mitarbeitern? Geben Sie das Ergebnis in Stunden und Minuten an.

PRÜFUNG

01.09.23

VERSION B

Schule **SRH**
 Fachbereich **MDA**
 Fach **MuS**
 Dozent **Rawe Franko**

Erlaubte Hilfsmittel Beigefügte Merkhilfe, Zugelassener Taschenrechner

Prüfungsdauer 180 min

Prüfungsmodalitäten

- Bewertet werden nur Ergebnisse auf den dafür vorgesehenen Antwortbögen, nicht auf den Aufgabenblättern (es sei denn, die Aufgabe verlangt es)
- Bis zum Abschluss der Prüfung sind alle Blätter mit Namen zu versehen

Name: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
Erreichbare Punkte	25	25	25	10	10	5	100	
Erreichte Punkte								

MDA-PRÜFUNG 2023-B

MDA-2023-B-1 (10+10+5=25 Punkte)

Der Anstieg eines Krankheits-Ausbruchs wird durch folgende Messwerte dargestellt.

x [Zeit in Wochen]	0	1	2	3	4	5
y [infizierte Personen in Tausend]	4,1	8,1	16,7	38,6	59,4	133,5

- Führen Sie eine lineare und exponentielle Regression durch. Speichern Sie die Werte unter $f(x)$ bzw. $g(x)$ ab. Geben Sie die Funktionen an und runden Sie sinnvoll. Begründen Sie, welche Regression sich besser eignet.
- Erstellen Sie von den beiden abgespeicherten Funktionen eine Wertetabelle für $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ und geben Sie die Werte auf 4 Nachkommastellen genau an.
- Welchen Anfangsbestand hat $g(x)$ und um wie viel Prozent wächst er wöchentlich?

MDA-2023-B-2 (25 Punkte)

Die Gehälter der Mitarbeiter werden zusammengetragen

Rangnummer	1	2	3	4	5
Gehalt [€]	360	520	980	1460	2230

Berechnen Sie nachvollziehbar das arithmetische Mittel, Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizienten sowie die mittlere absolute Abweichung.

MDA-2023-B-3 (5+5+5+10=25 Punkte)

- Was ist der Unterschied zwischen Quartilen und Quantilen?
- Was gibt ein Perzentil an und welche Aussage können Sie damit tätigen?
- Was gibt der Modalwert an und können Sie ihn ablesen, wenn nur die Zeichnung des Boxplots vorliegt? Begründen Sie.
- Zeichnen Sie einen Boxplot mit $x_{min} = 2, x_{Q[0,25]} = 5, x_{Q[0,5]} = 7, x_{Q[0,75]} = 8, x_{max} = 10$.

MDA-2023-B-4 (10 Punkte)

Zeichnen Sie ein Streifendiagramm so genau wie möglich mit folgenden Angaben.
(Bestimmen Sie den Anteil für Sonstige).

Es geht um die Umsatzanteile eines Supermarktes:

Obst und Gemüse: 28,2%

Backwaren: 22,6%

Molkereiprodukte: 18,5%

Non-Food: 12,1%

MDA-2023-B-5 (10 Punkte)

Es liegt Binomialverteilung vor mit folgenden Angaben: $n = 7, p = 0,3$.

Erstellen Sie eine Tabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung (auf 4 Nachkommastellen gerundet).
Zeichnen Sie dazu ein Histogramm.

MDA-2023-B-6 (5 Punkte)

Zur Visite von 12 Patienten brauchen 5 Ärzte 3h.

Wie viel Zeit würden voraussichtlich 4 Ärzte für 9 Patienten benötigen?

Geben Sie das Ergebnis in Stunden und Minuten an.

MDA-2023-A-1

a) $f(x) = 3,24 \cdot x + 8,4$ (linear) $r^2 = 0,9996 \rightarrow$ eignet sich besser, da näher an 1
 $g(x) = 6,8225 \cdot 1,6230^x$ (expon.) $r^2 = 0,9282$

b)	x	3	4,5	9,123	c)	f hat einen Anfangsbestand von 8,4 und wächst stündlich um 3,24.
	f(x)	18,12	21,98	38,96		
	g(x)	29,1681	60,31	568,89		

MDA-2023-A-2

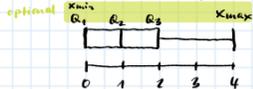
$\bar{x} = \frac{3,145 + 3,332 \dots}{5} = \frac{18,145}{5} = 3,629 \text{ [kg]}$
 $\text{Var}(X) = \frac{1}{5} \cdot [(3,145 - 3,629)^2 + (3,332 - 3,629)^2 \dots] = \frac{0,568714}{5} = 0,1137 \text{ [kg}^2]$
 $\sigma(X) = 0,3373 \text{ kg}$
 $v = \frac{0,3373}{3,629} = 9,3\%$
 $\bar{d} = \frac{1}{5} \cdot (|3,145 - 3,629| + |3,332 - 3,629| \dots) = \frac{1,562}{5} = 0,3124 \text{ [kg]}$

MDA-2023-A-3

a) Anzahl

	7	10	5	3	1
Allergien	0	1	2	3	4
Rang-Nr.	$X_1 - X_7$	$X_5 - X_{10}$	$X_{15} - X_{22}$	$X_{23} - X_{25}$	X_{26}

b) $n = 26$, $X_{\min} = 0$, $X_{\max} = 4$
 $X_{\alpha[0,25]} = X_{\lceil \lceil 26 \cdot 0,25 \rceil \rceil} = X_{\lceil 6,5 \rceil} = X_7 = \underline{0}$
 $X_{\alpha[0,5]} = \frac{1}{2} (X_{\lceil 26 \cdot 0,5 \rceil} + X_{\lceil 26 \cdot 0,5 + 1 \rceil}) = \frac{1}{2} (X_{13} + X_{14}) = \frac{1}{2} (1 + 1) = \underline{1}$
 $X_{\alpha[0,75]} = X_{\lceil \lceil 26 \cdot 0,75 \rceil \rceil} = X_{\lceil 19,5 \rceil} = X_{20} = \underline{2}$



c) $X_{\alpha[0,1]}$: Dezil \rightarrow bis zu ca. 10% der Datenwerte liegen unter 1,25€

MDA-2023-A-4

An Hand der x-, y-Achse kann man die Position des Virusausbruchs ablesen, die Größe der Blase gibt die Menge Anzahl der Anbrüche an.



MDA-2023-A-5

$P_v(A) = \frac{24}{45} = 0,533$ $P_v(B) = \frac{16}{45} = 0,356$ $P_v(C) = \frac{7}{45} = 0,156$
 $P_w(A) = \frac{16}{32} = 0,5$ $P_w(B) = \frac{11}{32} = 0,344$ $P_w(C) = \frac{5}{32} = 0,156$

Nein, die Umstellung lohnt nicht, die Aufenthaltsdauer wird sogar leicht verlängert (3,3% haben statt bis zu 2 Tage nun eine Aufenthaltsdauer von 5 Tagen).

MDA-2023-A-6

Anträge	Mitarbeiter	Dauer [h]	
10	3	4	
10	6	2	
2	6	0,4	
8	6	1,6	\Rightarrow <u>1h 36 min</u>

MDA-2023-B-1

a) $f(x) = 23,51 \cdot x - 15,37$ (linear) $r^2 = 0,8127$
 $g(x) = 4,1685 \cdot 1,9983^x$ (Expon.) $r^2 = 0,9957 \rightarrow$ eignet sich besser, da näher an 1

b)

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	-15,3714	8,1371	31,6457	55,1543	78,6629	102,1714
g(x)	4,1685	8,3300	16,6459	33,2638	66,4717	132,8317

c) Anfangsbestand: ca. 4.169, wächst um ca. 99,8% wöchentlich

MDA-2023-B-2

$\bar{x} = \frac{360 + 520 \dots}{5} = \frac{5550}{5} = 1110 \text{ [€]}$

$\text{var}(x) = \frac{1}{5} \cdot [(360 - 1110)^2 + (520 - 1110)^2 \dots] = \frac{2304400}{5} = 460880 \text{ [€}^2\text{]}$

$\sigma(x) = \sqrt{460880} = 678,88 \text{ [€]}$

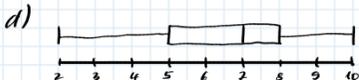
$v = \frac{678,88 \text{ €}}{1110 \text{ €}} = 61,2\%$

$\bar{d} = \frac{1}{5} (|360 - 1110| + |520 - 1110| \dots) = \frac{2940}{5} = 588 \text{ [€]}$

MDA-2023-B-3

- a) Quartile geben beliebig festgelegte Anteile an,
 Quartile die Anteile, die bei 25%, 50% und 75% liegen
 b) den Anteil von 1% \rightarrow 1% der Datenwerte liegen unter dem angegebenen / bruchteiligen Datenwert

c) häufigster Wert; nein, man braucht dazu alle Datenwerte

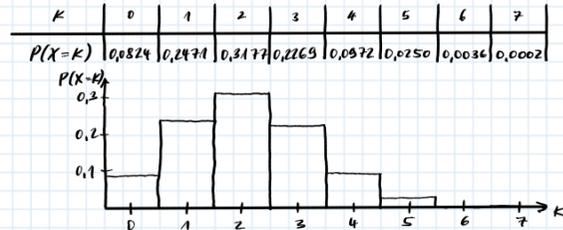


MDA-2023-B-4

Obst & Gemüse 23,2%	Bekannt 27,6%	Motopark 15,5%	Nachfrö 12,1%	Sonstige 18,6%
23,2%	27,6%	15,5%	12,1%	18,6%

MDA-2023-B-5

$n = 7, p = 0,3$



MDA-2023-B-6

Patienten	Ärzte	Dauer
12	5	3
12	1	15
3	1	3,75
9	1	11,25
9	4	2,8125 \Rightarrow ca. 2h 49min