MUSTERKLAUSUR

29.11.23

MDA-22.01

Schule **SRH**
Fachbereich **Informatik**
Fach **MuS**
Dozent **Rawe Franko**

____

Nachname, Vorname

Erlaubte Hillfsmittel: Wissenschaftlicher Taschenrechner
Klausurdauer: 90 min
Thema: Binomialverteilung

Aufgabe	1	2	3	4	Summe	Note
Erreichbare Punkte	25	25	25	25	**100**	
Erreichte Punkte						

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Berechnen Sie per Hand möglichst geschickt. Oder argumentieren Sie logisch.

a) $\binom{8}{3}$ b) $\binom{1000}{1}$ c) $\binom{1000}{0}$

Berechnen Sie mit dem Taschenrechner.

d) $\binom{200}{4}$

Geben Sie einen Wert für n und k an, der dasselbe Ergebnis liefert (k darf nicht 4 sein).

e) $\binom{200}{4} = \binom{n}{k}$

Aufgabe 2 (10+10+5=25 Punkte)

a) Berechnen Sie von Hand $B_{6;0,5}(3)$.
b) Erstellen Sie für $B_{6;0,5}(k)$ eine Tabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung (Wahrscheinlichkeiten auf 4 Nachkommastellen genau) und zeichnen Sie diese in ein passendes Koordinatensystem.
c) Welche besondere Eigenschaft hat diese Verteilung?

Aufgabe 3 (25 Punkte)

Wie ändert sich die Grafik einer Binomialverteilung, ...

a) ... wenn n größer wird?
b) ... wenn p größer wird?

Geben Sie jeweils n, p und k an.

c) $\binom{18}{5} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^{13}$
d) $18 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{17}$
e) $0{,}7^{13}$

Aufgabe 4 (25 Punkte)

In der Bevölkerung seien 63% vollständig geimpft. Betrachtet wird nun eine befragte Gruppe von 50 Personen. Verwenden Sie korrekte Schreibweisen.

a) Bestimmen Sie den Erwartungswert.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ...

b) 35 Personen geimpft sind.
c) bis zu 35 Personen geimpft sind.
d) mehr als 35 Personen geimpt sind.
e) Zwischen 30 und 35 Personen geimpft sind.

MUSTERKLAUSUR FÜR 20.12.23 – LÖSUNG

1 a) $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!\,5!} = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot \cancel{5 \ldots 1}}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 1\cdot \cancel{5\ldots 1}} = 56$

b) $\binom{1000}{1} = \frac{1000!}{1!\,999!} = \frac{1000\cdot \cancel{999\ldots 1}}{\cancel{999\ldots 1}} = 1000$ oder $\binom{1000}{1} = 1000$, da der eine Treffer bei 1000 Versuchen an 1000 Stellen landen kann

c) $\binom{1000}{0} = \frac{\cancel{1000!}^{\,1}}{\underbrace{0!}_{1}\,\cancel{1000!}_{\,1}} = 1$ oder $\binom{1000}{0} = 1$, da es einen Pfad gibt, der in Frage kommt (alles Nichttreffer)

d) $\binom{200}{4} = 64.684.950$

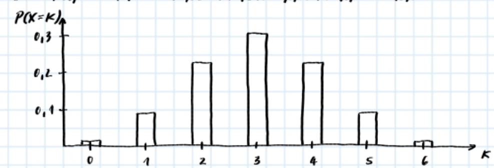
e) $\binom{200}{4} = \binom{200}{196} \Rightarrow n = 200,\ k = 196$

$\left(\begin{array}{l} \underbrace{T\ T\ T\ T}_{4\text{ Treffer}}\ \underbrace{\bar{T}\ \bar{T}\ \bar{T} \ldots \bar{T}}_{196\text{ Nichttreffer}} \\ \underbrace{\bar{T}\ \bar{T}\ \bar{T}\ \bar{T}}_{4\text{ Nichttreffer}}\ \underbrace{T\ T\ T \ldots T}_{196\text{ Treffer}} \end{array}\right) \Rightarrow$ Für die Anzahl der Möglichk. ist es egal, ob man 4 Treffer oder 4 Nichttreffer durchwandern lässt.

2 a) $B_{6;0{,}5}(3) = \binom{6}{3}\cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^3 = \frac{\cancel{6}\cdot 5\cdot 4}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 20\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{20}{64} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

b)

k	0	1	2	3	4	5	6
P(X=k)	0,0156	0,0938	0,2344	0,3125	0,2344	0,0938	0,0156

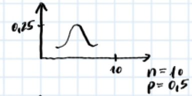


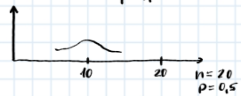
c) Sie ist symmetrisch.

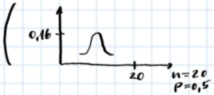
3 a) Die Einzelwahrscheinlichkeiten werden geringer, da man insgesamt mehr Säulen hat, die sich insgesamt zu 100 % ergänzen müssen.

Die Kurve verschiebt sich nach rechts. $E(X) = n\cdot p$

(Wenn man n größer macht, wird auch E(X) größer und der höchste Punkt der Kurve verschiebt sich nach rechts.)





(

Wenn man die Skala veränderst, bleibt die Form gleich.)

b) Die Kurve verschiebt sich nach rechts, da auch der Erwartungswert größer wird.

c) $\binom{18}{5}\cdot 0{,}3^5\cdot 0{,}7^{13}$ $\quad n = 18,\ p = 0{,}3,\ k = 5$

d) $18\cdot 0{,}3\cdot 0{,}7^{17}$ $\quad n = 18,\ p = 0{,}3,\ k = 1$

$\binom{18}{1}\cdot 0{,}3^1\cdot 0{,}7^{17}$

e) $P(X = k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot (1-p)^{n-k}$

$\underbrace{\binom{13}{13}}_{1}\cdot 0{,}7^{13}\cdot \underbrace{0{,}3^0}_{1}$ $\quad p = 0{,}7$

$k = 13$

$n - 13 = 0$
$n = 13$

$\binom{13}{0}\cdot 0{,}3^0\cdot 0{,}7^{13}$ $\quad n = 13,\ p = 0{,}3,\ k = 0$

Mobil & whatsapp 0173-3047 206 • Internet franko-mathe.de/SRH • E-Mail info@franko-mathe.de • Dozent Rawe Franko • Bereich SRH Fachschulen Heidelberg

④ $n=50, \quad p=0{,}63$

a) $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}63 = 0{,}315$

b) $P(X=35) = 0{,}071$

└ binomialpdf, single, n=50, p=0,63, X=35

c) $P(X \leq 35) = 0{,}881$

└ binomialcdf ... (s.o.)

└ STORE Y

d) $P(X > 35) = 1 - P(X \leq 35) = 1 - 0{,}881 = 0{,}119$

0 35 | 36 50

e) $P(30 \leq X \leq 35) = P(X \leq 35) - P(X \leq 29)$

$= 0{,}8805 - 0{,}2764$

$= 0{,}604$

0 29 | 30 35 | 50

zu ① a) Wie bestimmt man $\binom{8}{3}$ mit dem Pascalschen Dreieck?

n	
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
k =	0 1 2 3 4 5 6 7 8

weitere Beispiele:

$\binom{8}{0} = 1$

$\binom{8}{1} = 8$

$\binom{8}{2} = 28$

$\binom{6}{2} = 15$

$\binom{5}{2} = 10$

Mobil & whatsapp 0173-3047 206 • Internet franko-mathe.de/SRH • E-Mail info@franko-mathe.de • Dozent Rawe Franko • Bereich SRH Fachschulen Heidelberg