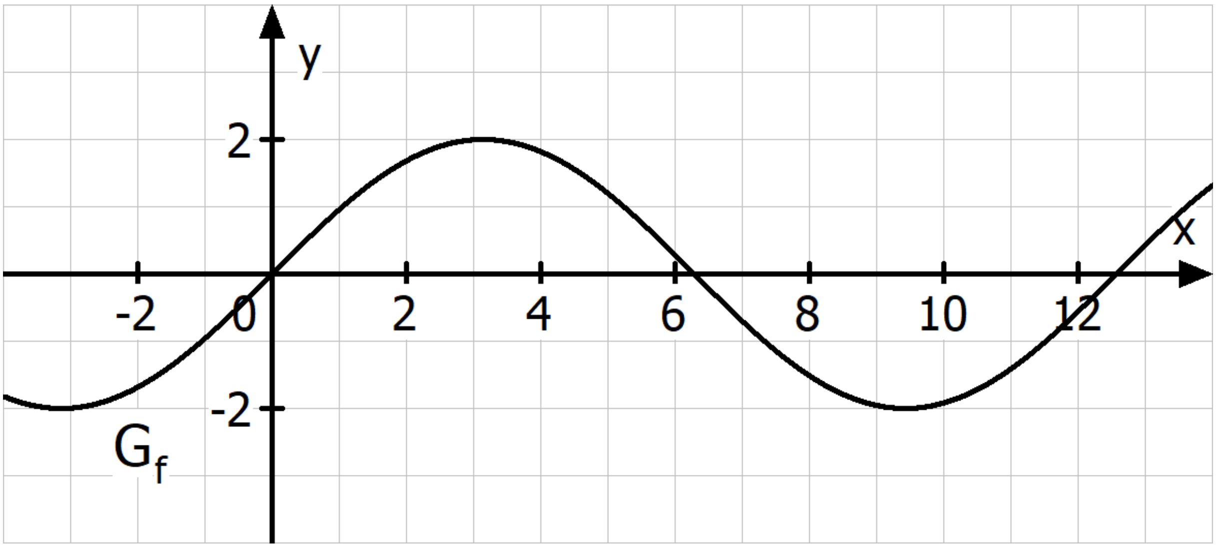
Aufgabe P1: (2 BE und 3 BE)

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit

$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$.



a) Beurteilen Sie mithilfe der Abbildung, ob der Wert des Integrals $\int_{-2}^{8} f(x)dx$ negativ ist.

b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die folgende Aussage zutrifft:
Die Tangente an G_f im Koordinatenursprung ist die Gerade durch die Punkte (-1|-1) und (1|1).

Aufgabe P2: (2 BE und 3 BE)

G_f ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = e^{2x-1}$.

a) G_f besitzt einen Schnittpunkt mit einer Koordinatenachse und eine Asymptote. Geben Sie die Koordinaten dieses Schnittpunkts sowie eine Gleichung dieser Asymptote an.

b) G_g ist der Graph der Funktion g mit $g(x) = e^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x}$. Es gilt $g'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.

Zeigen Sie, dass sich G_f und G_g an der Stelle $x_0 = \frac{1}{2}$ orthogonal schneiden.

Aufgabe P3: (2 BE und 3 BE)

Gegeben ist die Schar der Ebenen $E_a : 2ax_1 - 4x_2 + (a-2) \cdot x_3 = 12$ mit $a \in \mathbb{R}$.

a) Ermitteln Sie denjenigen Wert von a, für den E_a parallel zur Gerade mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ verläuft.

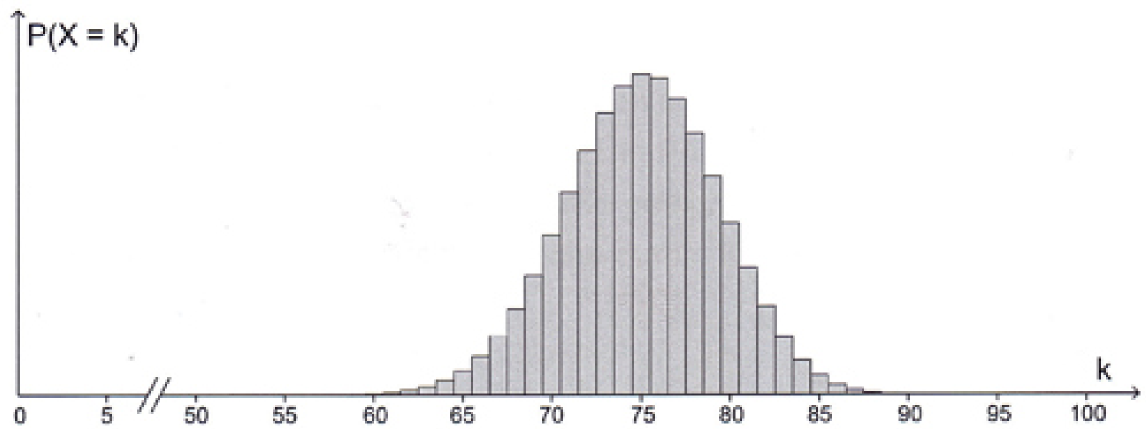
b) Prüfen Sie, ob die Ebene mit der Gleichung $6x_1 - 8x_2 + x_3 = 24$ zur Schar gehört.

Aufgabe P4: (2 BE und 3 BE)

Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht. Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl, wie oft dabei die Farbe „Blau“, die binomialverteilte Zufallsgröße Y, wie oft dabei die Farbe „Gelb“ erzielt wird.

a) Begründen Sie, dass X und Y die gleiche Standardabweichung haben.

b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig. Die Abbildung zeigt Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.



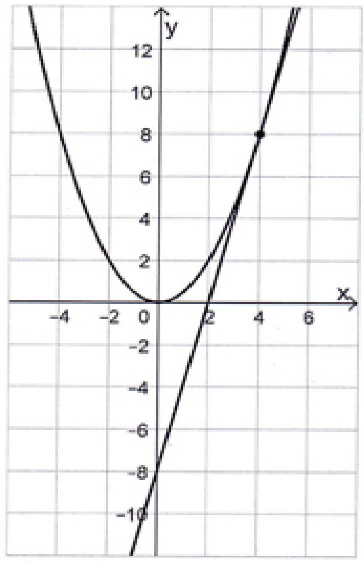
Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Sektoren des Glücksrads.

Aufgabe W1: (1 BE und 4 BE)

Gegeben ist für jede positive reelle Zahl a die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f_a mit $f_a(x) = a \cdot x^2$.
Die Abbildung zeigt den Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$ sowie die Tangente t an den Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$ im Punkt $\left(4 \mid f_{\frac{1}{2}}(4)\right)$.

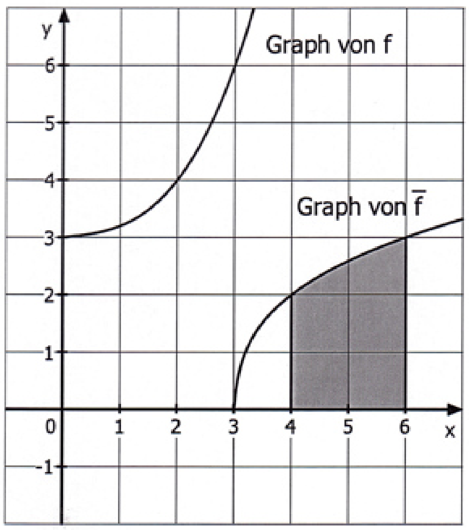
a) Geben Sie anhand der Abbildung eine Gleichung er Tangente t an.

b) Weisen Sie nach, dass für jeden Wert $u \in \mathbb{R}$ die Tangente an den Graphen von f_a im Punkt $(u \mid f_a(u))$ die y-Achse im Punkt $(0 \mid -f_a(u))$ schneidet.



Aufgabe W2: (5 BE)

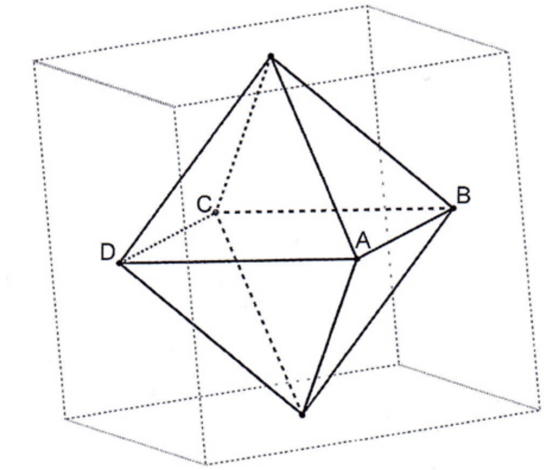
Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion f sowie ihrer Umkehrfunktion $\overline{f}$.
F ist eine Stammfunktion von f. Die Punkte P(4|2) und Q(6|3) liegen auf dem Graphen von $\overline{f}$. Begründen Sie mithilfe geeigneter Eintragungen in der Abbildung, dass der Inhalt der markierten Fläche durch $10 - (F(3) - F(2))$ berechnet werden kann.



Aufgabe W3: (2 BE und 3 BE)

Die Mittelpunkte der Seitenflächen eines Würfels sind die Eckpunkte eines Oktaeders (vgl. Abbildung). Die Eckpunkte A(1|2|1), B, C(-3|-6|9) und D des Oktaeders liegen in der Ebene H mit der Gleichung $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$.

a) Weisen Sie nach, dass die Kantenlänge des Würfels 12 beträgt.
b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines der beiden Eckpunkte des Oktaeders, die nicht in H liegen.



Aufgabe W4: (1 BE und 4 BE)

Gegeben ist die Schar der Geraden $g_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} k \\ -4k \\ k \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{R}$.

a) Begründen Sie, dass alle Geraden der Schar parallel zueinander sind.

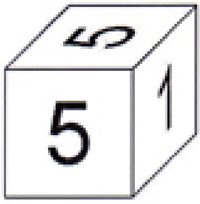
b) Betrachtet wird das Quadrat mit folgenden Eigenschaften:

   (1) Die Punkte O(0|0|0) und P(11|4|5) sind Eckpunkte des Quadrats.
   (2) Zwei Seiten des Quadrats liegen auf Geraden der Schar.

   Weisen Sie nach, dass O und P keine benachbarten Eckpunkte dieses Quadrats sind.

Aufgabe W5: (5 BE)

Die drei nicht sichtbaren Seiten des abgebildeten Würfels sollen jeweils mit einer der Zahlen 3, 4, 5 oder 6 beschriftet werden. Dabei können Zahlen auch mehrfach verwendet werden.



Nach der Beschriftung soll der Würfel folgende Eigenschaften haben:

- Beim einmaligen Werfen ist der Erwartungswert für die erzielte Zahl gleich 4.
- Auf den sechs Seiten des Würfels kommen genau drei verschiedene Zahlen vor.
- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zweimaligen Werfen des Würfels zweimal die gleiche Zahl erzielt wird, beträgt $\frac{1}{2}$.

Untersuchen Sie, ob es möglich ist, die nicht sichtbaren Seiten des Würfels so zu beschriften, dass er alle drei Eigenschaften besitzt.

Aufgabe W6: (5 BE)

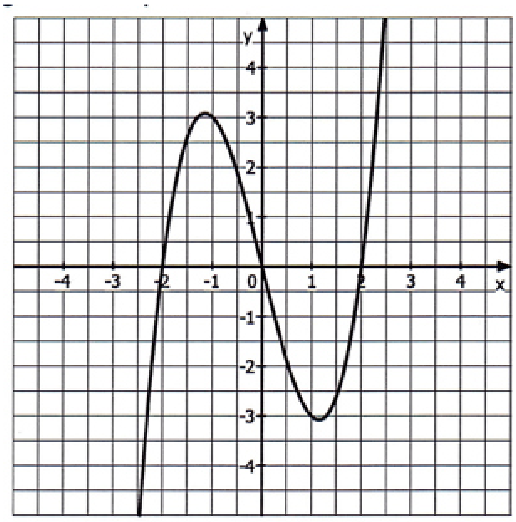
Bei einem Zufallsexperiment gilt für zwei Ereignisse A und B:

- $P(A \cap B) = 3x$ mit $x > 0$
- $P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$
- $P_B(A) = \frac{3}{4}$

Stellen Sie den beschriebenen Zusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar und begründen Sie, dass $x \le \frac{1}{5}$ gelten muss.

Aufgabe I 1.1

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_{a;b}(x) = ax^3 - bx$ mit $a,b \in \mathbb{R}^+$.
Die Abbildung zeigt den Graphen einer der Funktionen der Schar.



a) Begründen Sie, dass jeder Graph der Schar symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist. (2 BE)

b) Weisen Sie in Abhängigkeit von a und b nach, dass der Graph von $f_{a;b}$ einen Tiefpunkt mit der x-Koordinate $\sqrt{\frac{b}{3a}}$ hat. Begründen Sie, dass er zudem einen Hochpunkt besitzt und dass dieser eine kleinere x-Koordinate hat als der Tiefpunkt. (6 BE)

c) Es gibt eine Funktion der Schar, die bei x = 3 eine Nullstelle hat und deren Graph im vierten Quadranten mit der x-Achse ein Flächenstück mit dem Inhalt 40,5 einschließt. Bestimmen Sie die zugehörigen Werte von a und b. (7 BE)

Die Funktion der Schar, deren Graph in der Abbildung dargestellt ist, wird mit f bezeichnet; ihr Funktionsterm ist $f(x) = x^3 - 4x$.

d) Die Tangente an den Graphen von f im Punkt A(2|0), die x-Achse und die Gerade g mit der Gleichung $y = -x - 2$ schließen ein Dreieck ein. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt. (7 BE)

e) Begründen Sie, dass die folgende Aussage richtig ist:
Ist P ein beliebiger Punkt auf dem Graphen von f, so liegt der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke von P und dem Koordinatenursprung auf dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h mit $h(x) = 4x^3 - 4x$. (4 BE)

Aufgabe I 1.2

Die Leitung eines großen Unternehmens versendet jeden Arbeitstag um 7:00 Uhr eine E-Mail mit tagesaktuellen Informationen an alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter. Diese wurden gebeten, nach dem Lesen der E-Mail eine Lesebestätigung zu versenden.
Die folgende Tabelle zeigt für einen bestimmten Tag, wie viele Lesebestätigungen bei der Leitung des Unternehmens bis zum jeweiligen Zeitpunkt bereits eingegangen sind.

Zeitpunkt	7:30 Uhr	8:00 Uhr	8:30 Uhr	9:00 Uhr	9:30 Uhr	10:00 Uhr	……	14:30 Uhr	15:00 Uhr	……
Anzahl der bis dahin eingegangenen Lesebestätigungen	252	899	1701	2627	3503	4364		7552	7572	

Beispielsweise sind von 7:00 Uhr bis 10:00 Uhr 4364 Lesebestätigungen eingegangen.

a) Ermitteln Sie mithilfe der Tabelle für den betrachteten Tag, wie viele Lesebestätigungen im Zeitraum von 8:30 Uhr bis 10:00 Uhr im Mittel pro Stunde eingegangen sind. (3 BE)

Auf der Grundlage der über viele Tage erfassten Lesebestätigungen wurde mithilfe der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion u mit $u(x) = 100x^3 - 900x^2 + 2300x$ und v mit $v(x) = 20x^2 - 520x + 2880$ die Funktion k entwickelt:

$$k(x) = \begin{cases} u(x) & \text{für } 0 \le x < 3 \\ v(x) & \text{für } 3 \le x \le 8 \end{cases}$$

Die Funktion k beschreibt modellhaft für einen Zeitraum von acht Stunden eines Arbeitstages die zeitliche Entwicklung der momentanen Änderungsrate der Anzahl der eingegangenen Lesebestätigungen. Dabei ist x die seit 7:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und k(x) die momentane Änderungsrate der Anzahl der seit 7:00 Uhr eingegangenen Lesebestätigungen in der Einheit $\frac{1}{h}$.

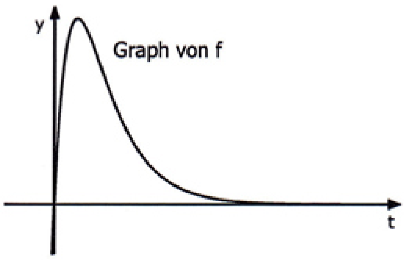
b) Berechnen Sie k(2) und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. (3 BE)

c) Es gilt $v(x) = 20 \cdot (x - 18) \cdot (x - 8)$. Begründen Sie, dass die Funktion v nicht geeignet ist, die momentane Änderungsrate auch für den Zeitraum nach 15:00 Uhr zu beschreiben. (3 BE)

d) Berechnen Sie mithilfe der Funktion k die Anzahl der im Zeitraum von 10:00 Uhr bis 15:00 Uhr eines Arbeitstages eingegangenen Lesebestätigungen. Ermitteln Sie, um wie viel Prozent diese auf der Grundlage des Modells berechnete Anzahl von der entsprechenden Anzahl des eingangs betrachteten Tages (vgl. Tabelle) abweicht. (5 BE)

Aufgabe I 2.1

Zur Untersuchung der Lungenfunktion muss eine Person tief einatmen und anschließend zügig in ein Messgerät ausatmen. Die Änderungsrate des Luftvolumens pro Zeiteinheit beim Ausatmen heißt Atemfluss. Bei einer Messung wird der Atemfluss für $0 \le t \le 2$ näherungsweise durch die Funktion f mit $f(t) = 30 \cdot \left(e^{-3t} - e^{-6t}\right)$ beschrieben (t in Sekunden seit Beginn des Ausatmens, f(t) in Liter pro Sekunde). Abgebildet ist der Graph von f. Für die Ableitungsfunktion f' von f gilt $f'(t) = -90e^{-3t} \cdot \left(1 - 2e^{-3t}\right)$.



a) Weisen Sie nach, dass der maximale Atemfluss 7,5 Liter pro Sekunde beträgt. (4 BE)

b) Zeigen Sie, dass der Atemfluss zwei Sekunden nach Beginn des Ausatmens weniger als ein Prozent seines maximalen Werts beträgt. (2 BE)

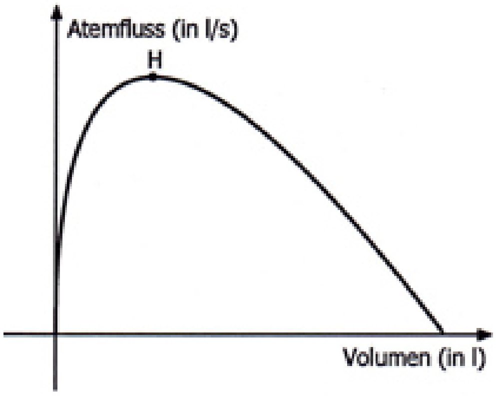
c) Bestimmen Sie rechnerisch die Länge des Zeitraums, in dem der Atemfluss mindestens 5 Liter pro Sekunde beträgt. (7 BE)

d) Formulieren Sie eine Fragestellung im Sachzusammenhang, die auf die Gleichung $\int_0^x f(t)dt = \frac{1}{4} \cdot \int_0^2 f(t)dt$ führt. (3 BE)

e) Berechnen Sie $\int_0^2 f(t)dt$. (4 BE)

f) Bei einer anderen Modellierung wird der Atemfluss ab dem Zeitpunkt $t_1 = 1{,}5$ nicht mehr durch die Funktion f, sondern durch die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt P(1,5|f(1,5)) beschrieben. Bei dieser Modellierung gibt es einen Zeitpunkt $t_2 > 0$, zu dem der Atemfluss 0 Liter pro Sekunde beträgt. Bestimmen Sie den Wert von t_2. (4 BE)

g) Bei ärztlichen Untersuchungen werden Atemfluss-Volumen-Diagramme betrachtet. Diese stellen den Atemfluss in Abhängigkeit vom Volumen der ausgeatmeten Luft dar. Abgebildet ist das Diagramm zu derjenigen Messung, die durch die Funktion f beschrieben wird.
Betrachtet wird der Hochpunkt $H(x_0 \mid y_0)$ der abgebildeten Kurve. Begründen Sie, dass y_0 der in a) genannte maximale Atemfluss ist, und geben Sie einen Term an, mit dem man x_0 berechnen kann. (4 BE)

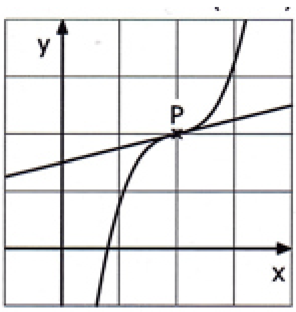


Aufgabe I 2.2

Für jedes a mit 0 < a < 1 ist eine Funktion f_a mit $f_a(x) = (x-2)^3 + a(x-2) + 2$ gegeben.

a) Weisen Sie nach, dass jede Funktion f_a streng monoton wachsend ist. (4 BE)

Die Tangente t_a an den Graphen von f_a im Punkt P(2|2), die Tangente an den Graphen der Umkehrfunktion $\overline{f_a}$ im Punkt P und die Koordinatenachsen schließen im 1.Quadranten des Koordinatensystems ein Viereck V_a ein. Q_a ist der Schnittpunkt von t_a mit der y-Achse. Abgebildet sind beispielhaft der Graph von $f_{0,25}$ sowie die Tangente $t_{0,25}$.



b) Begründen Sie, dass der Punkt Q_a zwischen dem Ursprung und dem Punkt (0|2) liegt und dass der Flächeninhalt des Vierecks V_a kleiner als 4 ist. (5 BE)

c) Für einen Wert von a hat der Innenwinkel des Vierecks V_a bei P die Größe 60°. Begründen Sie ohne Berechnung des Werts von a, dass der Steigungswinkel der zugehörigen Tangente t_a die Größe 15° hat. (3 BE)

Aufgabe II 1

Abbildung 1 zeigt die Pyramide ABCDS mit den Eckpunkten A(-3|-3|0), B(3|-3|0), C(3|3|0), D(-3|3|0) und S(0|0|4) sowie den Punkt O(0|0|0), der in der quadratischen Grundfläche der Pyramide liegt.
Die Seitenfläche CDS der Pyramide liegt in der Ebene E.

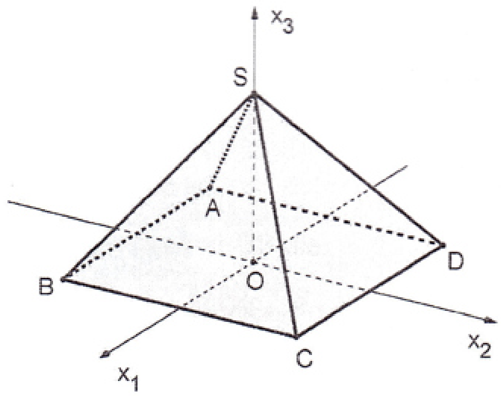


Abb. 1

a) Berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche der Pyramide. (4 BE)

b) Genau eine der folgenden Gleichungen (1) bis (3) beschreibt eine Symmetrieebene der Pyramide. Geben Sie diese Gleichung an und begründen Sie für eine der anderen Gleichungen, dass die durch sie beschriebene Ebene keine Symmetrieebene der Pyramide ist.

(1) $x_1 - x_3 = 0$
(2) $x_1 + x_2 + x_3 = 4$
(3) $x_1 + x_2 = 0$ (3 BE)

c) Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.
(*zur Kontrolle:* $4x_2 + 3x_3 = 12$) (3 BE)

d) Es gibt einen Punkt P(0|0|p), der im Innern der Pyramide liegt und von allen vier Seitenflächen sowie der Grundfläche der Pyramide den gleichen Abstand hat. Mithilfe des folgenden Gleichungssystems lässt sich der Wert von p bestimmen:

(I) $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ (II) $4 \cdot 4t + 3 \cdot (p + 3t) = 12$ (III) $\left|\overrightarrow{PQ}\right| = p$

Erläutern Sie die Überlegungen im geometrischen Zusammenhang, die diesem Vorgehen zur Bestimmung des Werts von p zugrunde liegen. (5 BE)

Die Ebene E gehört zur Schar der Ebenen $E_k: 4k \cdot x_1 + 4\sqrt{1-k^2} \cdot x_2 + 3x_3 = 12$ mit $k \in [-1;1]$. Die Seitenfläche ADS der Pyramide liegt in der Ebene E_{-1} der Schar, die Seitenfläche BCS in der Ebene E_1.

e) Zeigen Sie, dass der Punkt S in allen Ebenen der Schar enthalten ist. (1 BE)

f) Weisen Sie nach, dass die Größe des Winkels, unter dem die Gerade OS die Ebene E_k schneidet, unabhängig von k ist. (4 BE)

Jede Ebene E_k der Schar schneidet die x_1x_2-Ebene in einer Gerade g_k.
Mit R_k wird jeweils derjenige Punkt auf g_k bezeichnet, der von O den kleinsten Abstand hat. In Abbildung 2 sind g_k und R_k beispielhaft für eine Ebene E_k der Schar dargestellt.

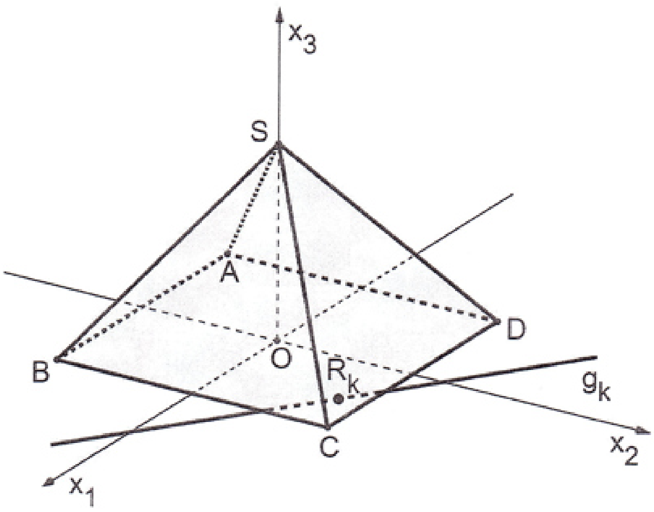


Abb. 2

g) Zeichnen Sie die Punkte R_{-1} und R_1 in Abbildung 2 ein. (2 BE)

h) Durchläuft k alle Werte von -1 bis 1, dann dreht sich die Fläche OR_kS um die Strecke $\overline{OS}$. Dabei entsteht ein Körper. Beschreiben Sie die Form des entstehenden Körpers und bestimmen Sie das Volumen dieses Körpers. (3 BE)

Aufgabe II 2

Gegeben sind die Ebene E: $3x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 12$ und die Schar der Geraden

$$g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a-2 \end{pmatrix}, \; t \in \mathbb{R}, \; a \in \mathbb{R}.$$

a) Untersuchen Sie, ob g_4 orthogonal zu $g_{0,5}$ ist. (2 BE)

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels, den g_4 mit E einschließt. (3 BE)

c) Untersuchen Sie, ob eine Gerade der Schar den Ursprung enthält. (3 BE)

d) Alle Geraden der Schar liegen in der Ebene F. Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung von F.
(*zur Kontrolle:* $x_1 - 2x_2 - x_3 = -8$) (4 BE)

Betrachtet werden die Punkte $P_r(1+r \,|\, 2-2r \,|\, 5-r)$ mit $r \in \mathbb{R}_0^+$.

e) Begründen Sie, dass die Punkte P_r auf einer zu F orthogonalen Gerade liegen. (3 BE)

f) Beurteilen Sie die folgende Aussage:
Jeder Punkt P_r *hat von jeder Gerade der Schar den Abstand* $\sqrt{6} \cdot r$. (4 BE)

g) Gegeben ist die Gerade k: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; s \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass k in F liegt, aber nicht zur Schar gehört. (3 BE)

h) Die Schnittpunkte aller Gerade g_a mit der x_1x_2-Ebene liegen auf der Gerade h.
Auf h gibt es einen Punkt, der auf keiner Gerade g_a liegt.
Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punkts. (3 BE)

Aufgabe III 1

Ein bekannter Video-Streamingdienst bietet einen kostenpflichtigen Zugang zu Spielfilmen und Serien an. Personen, die davon gegen Zahlung einer monatlichen Gebühr Gebrauch machen, werden im Folgenden als Abonnenten bezeichnet. Sie haben sich entweder für das Spielfilmpaket oder für das Komplettpaket entschieden, das neben den Spielfilmen auch noch Serien enthält.

Unter den Abonnenten sind 70% höchstens 40 Jahre alt. Von diesen haben 80% das Komplettpaket gewählt. Unter denjenigen Abonnenten, die älter als 40 Jahre sind, haben sich 50% für das Komplettpaket entschieden.

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. (3 BE)

b) Eine unter allen Abonnenten zufällig ausgewählte Person hat sich für das Komplettpaket entschieden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie höchstens 40 Jahre alt ist. (3 BE)

c) Bestimmen Sie die Anzahl der Abonnenten, die man mindestens zufällig auswählen müsste, damit unter ihnen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mehr als fünf Personen älter als 40 Jahre sind. (4 BE)

Der Anteil der zufriedenen Abonnenten von derzeit 60% soll gesteigert werden. Dazu wird ein Algorithmus entwickelt, der jedem Abonnenten täglich individuell einen Spielfilm vorschlägt. Als Basis für die Entscheidung über den dauerhaften Einsatz des Algorithmus plant das Management einen Probebetrieb. Im Anschluss soll die Nullhypothese „Der Anteil der zufriedenen Abonnenten beträgt höchstens 60%." mithilfe einer Stichprobe von 200 zufällig ausgewählten Abonnenten auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden.

d) Geben Sie an, welche Überlegung des Managements zur Wahl dieser Nullhypothese geführt haben könnte. (2 BE)

Für den beschriebenen Test ergibt sich {132; 133; …;200} als der Ablehnungsbereich der Nullhypothese.

e) Zur Bestimmung der unteren Grenze dieses Ablehnungsbereichs wurden zunächst folgende Lösungsschritte ausgeführt:

- Y: Anzahl der zufriedenen Abonnenten in der Stichprobe
- $P_{0,6}^{200}(Y \geq 132) \approx 0,047$

Begründen Sie, dass die beiden Lösungsschritte zur Bestimmung der unteren Grenze nicht ausreichend sind, und ergänzen Sie diese geeignet. (4 BE)

f) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art bei diesem Ablehnungsbereich der Nullhypothese mehr als 90% betragen könnte. (4 BE)

Zur Anmeldung auf der Webseite des Streamingdiensts ist ein persönliches Kennwort erforderlich. Für das Kennwort können 80 verschiedene Zeichen verwendet werden: je 26 Groß- und Kleinbuchstaben, 10 Ziffern sowie 18 Sonderzeichen.

g) Einige Abonnenten verwenden ein Kennwort, das genau acht Zeichen lang ist und nur aus Kleinbuchstaben besteht. Dabei können Zeichen mehrfach vorkommen. Zeigen Sie, dass für diese Abonnenten weniger als ein Tausendstel aller möglichen Kennwörter infrage kommen, die aus genau acht Zeichen bestehen. (2 BE)

h) Niclas beschließt ein Kennwort zu wählen, das die beiden folgenden Bedingungen erfüllt:

- Es besteht aus genau acht Zeichen, die untereinander verschieden sind.
- Die Buchstaben seines Namens sind in der korrekten Reihenfolge und unter Berücksichtigung der Groß- und Kleinschreibung enthalten.

Damit sind beispielsweise *Nic4+las* oder *nNicl*as* mögliche Kennwörter.
Bestimmen Sie die Anzahl aller derartigen Kennwörter. (3 BE)

Aufgabe III 2

Eine Berghütte wird von Gästen mit Mountainbike und ohne Mountainbike besucht. Es gibt Gäste, die eigene Verpflegung mitbringen. Erfahrungsgemäß kommen 44% der Gäste mit dem Mountainbike. 73% der Gäste bringen keine eigene Verpflegung mit. 11% der Gäste kommen mit dem Mountainbike und bringen eigene Verpflegung mit.
Ein Gast wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:
M: „Der Gast kommt mit dem Mountainbike."
V: „Der Gast bringt eigene Verpflegung mit."

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. (3 BE)

b) Untersuchen Sie, ob der Anteil der Gäste, die eigene Verpflegung mitbringen, unter den Gästen mit Mountainbike gleich groß ist wie unter den Gästen ohne Mountainbike. (3 BE)

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\overline{M} \cup V$. (2 BE)

d) Geben Sie jeweils einen Wert für die Parameter a und b an ($a > 0$, $b > 0$), sodass mit dem Term $a \cdot 0{,}44 \cdot 0{,}56^{b} + 0{,}56^{10}$ die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Zufallsexperiment und das Ereignis. (4 BE)

Auf der Berghütte werden Bananen, Birnen und Äpfel angeboten. Die Masse der Bananen wird als normalverteilt mit einem Erwartungswert von 120 g und einer Standardabweichung von 10 g angenommen.

e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Masse einer zufällig ausgewählten Banane um höchstens 10% vom Erwartungswert abweicht. (3 BE)

f) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Banane eine größere Masse als m hat, beträgt 69% (m in Gramm). Ermitteln Sie den Wert von m. (3 BE)

g) Die Masse der Birnen wird ebenfalls als normalverteilt mit einem ganzzahligen Erwartungswert in Gramm und einer Standardabweichung von 25 g angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Birne eine Masse von höchstens 121 g hat, beträgt 10%. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Birne mindestens 180 g wiegt. (4 BE)

h) Die Masse eines Apfels wird als normalverteilt mit μ_A und σ_A angenommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von vier zufällig ausgewählten Äpfeln zwei eine kleinere Masse als μ_A und zwei eine größere Masse als μ_A haben. (3 BE)