

BINOMIALVERTEILUNG

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 10 Würfeln drei „5“er zu würfeln?

$$P_{\frac{1}{6}}^{10}(X=3) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 = 0,155$$

$$P_p^n(X=K) = \binom{n}{K} \cdot p^K \cdot (1-p)^{n-K}$$

BERNOULLI-FORMEL

2nd / klare / → distr. @ binomialpdf / calc /

single / enter / n=10, p=1/6, X=3 / Calc / enter
= 0,155

Für $P_p^n(X=K)$ kann man auch

$B_{n,p}(K)$ schreiben.

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$10 \text{ nCr } 3 = 120$$

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

n: Anzahl Versuche

p: Trefferwahrscheinlichkeit

K: Trefferzahl

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

n!: „Fakultät“ $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 1$

$\binom{n}{k}$: Anzahl der möglichen Pfade

X: Zufallsvariable, nimmt Anzahl der Treffer an

$P_p^n(X=K)$: Wahrscheinlichkeit für K Treffer

$$0! = 1$$

Beispiele

① Berechnen Sie so weit wie möglich per Hand.

a) $\binom{100}{1} = \frac{100!}{1!99!} = \frac{100 \cdot 99 \cdot \dots \cdot 1}{1 \cdot 99 \cdot \dots \cdot 1} = 100$

(100 Möglichkeiten, wo der Treffer landen könnte)

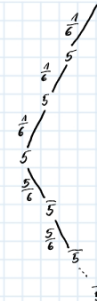
b) $\binom{100}{2} = \frac{100!}{2!98!} = \frac{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 1} = 4950$

c) $\binom{100}{3} = \frac{100!}{3!97!} = \frac{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot \dots \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 97 \cdot \dots \cdot 1} = 1650 \cdot 98 = 161.700$

d) $\binom{100}{0} = \frac{100!}{0!100!} = \frac{1}{1} = 1$

e) $\binom{100}{99} = 100$

f) $\binom{99}{99} = 1$



② Berechnen Sie per Hand $P_{\frac{1}{3}}^3(X=2)$

$$P_{\frac{1}{3}}^3(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

③ Berechnen Sie mit dem TR.

a) $\binom{100}{5} = 75.287.520$

b) $\binom{20}{6} = 38.760$

f. Aufgaben
f. Histogramm
Au

$P(X \geq 3)$ $P(X \leq 3)$ $P(3 \leq X \leq 7)$

④ Berechnen Sie mit dem TR.

a) $P_{\frac{1}{10}}^{100}(X=5) = 2,91 \cdot 10^{-4} = 0,000291$
= 4 Stellen

b) $P_{\frac{1}{10}}^{1000}(X=100) = 0,042$

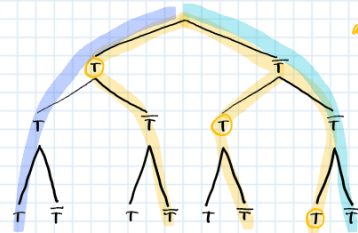
c) $P_{0,5}^8(X=4) = 0,273$

⑤ Markieren Sie im Baumdiagramm die gesuchten Pfade.

a) 1 Treffer bei 3 Versuchen → 3 Pfade / Möglichkeiten → $\binom{3}{1} = 3$

b) Kein Treffer bei 3 Versuchen → 1 Pfad / Möglichkeit → $\binom{3}{0} = 1$

c) 3 Treffer bei 3 Versuchen → 1 Pfad / Möglichkeit → $\binom{3}{3} = 1$



a) TTT̄ b) T̄T̄T̄ c) TTT

T̄T̄T̄

T̄T̄T

Wir stellen fest:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{10}{0} = \binom{10}{10}$$

$$\binom{10}{1} = \binom{10}{9}$$

$$\binom{10}{2} = \binom{10}{8}$$

Bonus 20.11.29
Gesetz der
Gegensymmetrie

(wir prüfen besser nicht nach, ob es schon jemand anderes entdeckt hatte.)

franko-mathe.de/
binomialverteilung-A.pdf