STREUMAßE – LÖSUNG

①

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Σ	$\frac{\Sigma}{n}$
Gewicht	90	100	115	130	140	575	115
$x_i - \bar{x}$	−25	−15	0	15	25	0	0
$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	25	15	0	15	25	80	16
$(x_i - \bar{x})^2$	625	225	0	225	625	1700	340

$\bar{x} = 115\,g$

$\bar{d} = 16\,g$

$Var = 340\,g^2$

$\sigma = \sqrt{340} = 18{,}4\ [g]$

$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18{,}44}{115} = 0{,}160 = 16{,}0\,\%$

MOA-2023-A-2

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Σ	$\frac{\Sigma}{n}$
Gewicht	3,145	3,332	3,742	3,891	4,035	18,145	3,629
$x_i - \bar{x}$	−0,484	−0,297	0,113	0,262	0,406	0	0
$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	0,484	0,297	0,113	0,262	0,406	1,562	0,3124
$(x_i - \bar{x})^2$	0,2343	0,0882	0,0128	0,0686	0,1648	0,5687	0,1137

$\bar{x} = 3{,}629$

$\bar{d} = 0{,}3124$

$Var = 0{,}1137$

$\sigma = \sqrt{0{,}1137} = 0{,}337$

$v = \frac{0{,}337}{3{,}629} = 0{,}093 = 9{,}3\,\%$

Hinweis: Laut ursprünglicher Aufgabenstellung hätte diese Aufgabe mit Formeln und ausführlichem Rechenweg und nicht in Tabellenform gelöst werden müssen.

MOA-2023-B-2

$\bar{x} = \frac{1}{5} \cdot (360 + 520 + 980 + 1460 + 2230) = 1110\ [€]$

$\bar{d} = \frac{1}{5}\left(\lvert 360 - 1110 \rvert + \lvert 520 - 1110 \rvert + \lvert 980 - 1110 \rvert + \lvert 1460 - 1110 \rvert + \lvert 2230 - 1110 \rvert\right)$

$= 588\ [€]$

Tipp: Speichern Sie $\bar{x} = 1110$ im TR ab:

1110 $\boxed{\text{STO→}}$ $\boxed{x_{yz}}$ $\boxed{\text{enter}}$

$\frac{1}{5}\left(\lvert 360 - x \rvert + \lvert 520 - x \rvert \ldots\right) = 588$

$\boxed{\text{math}}$ $\boxed{\text{abs}}$ $\boxed{\text{enter}}$

$Var = \frac{1}{5} \cdot (360^2 + 520^2 \ldots + 2230^2) - 1110^2$ (kurze Formel)

$= 460.880\ [€^2]$

$\sigma = \sqrt{460.880} = 678{,}88\ [€]$

$V = \frac{678{,}88\,\cancel{€}}{1110\,\cancel{€}} = 0{,}612 = 61{,}2\,\%$

$R = x_{max} - x_{min} = 2230 - 360 = 1870\ [€]$

range (oder „r") „Spannweite"

Beispiel zu Variationskoeffizient:

Firma A $\bar{x} = 100.000\,€$ $\sigma = 5.000\,€$

1-Mann-Firma B $\bar{x} = 10.000\,€$ $\sigma = 5.000\,€$

σ ist gleich, aber: $V_A = \frac{5.000\,€}{100.000\,€} = 5\,\%$

$V_B = \frac{5.000\,€}{10.000\,€} = 50\,\%$ riskant!

MOA-2024-A-2

Packungsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Füllgewicht [g]	193	197	199	201	201	202	203	204

a) $\bar{x} = \frac{1}{8} \cdot (193 + 197 + \ldots 204) = 200,0 [g]$

b) $Var = \frac{1}{8} \cdot \left((193-200)^2 + (197-200)^2 + \ldots (204-200)^2\right) = 11,25 [g^2]$

$\sigma = \sqrt{11,25} = 3,35 [g]$

c) $v = \frac{3,35}{200} = 0,017 = 1,7\%$

d) $\bar{d} = \frac{1}{8}\left(|193-200| + |197-200| + \ldots |204-200|\right) = \frac{22}{8} = 2,75 [g]$

MOA-2022-B-10

Anzahl Mitarbeiter	20	5 → L2
Arbeitsstunden/Woche (bisher)	40	20 → L1
Erledigte Projekte (bisher)	26	16
Arbeitsstunden/Woche (im Test)	28	15
Erledigte Projekte (im Test)	21	13

B: bisher
T: Testbetrieb

a) Arbeitsstunden $\bar{x}_B = \frac{20 \cdot 40 + 5 \cdot 20}{25} = 36 [h]$ $\quad \bar{x}_T = \frac{20 \cdot 28 + 5 \cdot 15}{25} = 25,4 [h]$

Projekte $\bar{x}_B = \frac{20 \cdot 26 + 5 \cdot 16}{25} = 24$ $\quad \bar{x}_T = \frac{20 \cdot 21 + 5 \cdot 13}{25} = 19,4$

B: $\frac{24}{36} = 0,67$ [Projekte/h/MA] $\quad$ T: $\frac{19,4}{25,4} = 0,764$ [Projekte/h/MA]
(⇒ 14,6% mehr P/h/MA)

⇒ relative Häufigkeit ist gestiegen, aus dieser Sicht lohnt es sich

⇒ absolute Häufigkeit ist gesunken, aus dieser Sicht lohnt es sich nicht

Um eine bestmögliche Entscheidung zu treffen, sollte man die Umsatzeinbußen den gesunkenen Lohnkosten gegenüberstellen sowie die Mitarbeiterwünsche berücksichtigen.

[Geht man davon aus, dass die Projekte nicht pro Mitarbeiter sondern insgesamt erledigt wurden ⇒ ähnliche Schlussfolgerung: bisher $\frac{42 \text{ Projekte}}{25 \cdot 36 \text{ h}} = 0,0467$ P/h/MA

Test $\frac{34 \text{ Projekte}}{25 \cdot 25,4 \text{h}} = 0,0535$ P/h/MA ⇒ 14,7% mehr

② (mit ausführlichen Rechenwegen)

Tägliche Arbeitszeit [h]	7	7,5	8	8,5	9
Absolute Häufigkeit	5	9	3	2	1
Relative Häufigkeit	5/20	9/20	3/20	2/20	1/20
Wahrscheinlichkeit in %	25%	45%	15%	10%	5%

$\Sigma = 20$

$E(X) = 0,25 \cdot 7 + 0,45 \cdot 7,5 + 0,15 \cdot 8 + 0,1 \cdot 8,5 + 0,05 \cdot 9 = 7,625 [h]$

$MAD = 0,25|7-7,625| + 0,45|7,5-7,625| + \ldots 0,05|9-7,625| = 0,425 [h]$

$Var(X) = 0,25(7-7,625)^2 + 0,45(7,5-7,625)^2 + \ldots 0,05(9-7,625)^2 = 0,2969 [h^2]$

$\sigma(X) = 0,545$ h

$v = \frac{0,545}{7,625} = 0,071 = 7,1\%$

② (mit Taschenrechner)

Tägliche Arbeitszeit [h]	7	7,5	8	8,5	9
Absolute Häufigkeit	5	9	3	2	1
Relative Häufigkeit	5/20	9/20	3/20	2/20	1/20
Wahrscheinlichkeit in %	0,25=25%	45%	15%	10%	5%

L1, L2, L3

$\Sigma = 20$

bisher $\begin{cases} \bar{x} = \frac{5 \cdot 7 + 9 \cdot 7,5 \ldots}{20} \\ = \frac{5}{20} \cdot 7 + \frac{9}{20} \cdot 7,5 \ldots \end{cases}$ ← gewichtetes arithm. Mittel

„neue" Formel $E(X) = 0,25 \cdot 7 + 0,45 \cdot 7,5 \ldots = 7,625$

„Erwartungswert"

auf $\sigma x = 0,545$ gehen

enter

⇒ kopiert den Wert ins Hauptmenü

$\sigma(X) = 0,545$ h

$v = \frac{0,545}{7,625} = 7,1\%$

$Var(X) = (\sigma(X))^2 = 0,297$ h^2

$MAD = 0,25|7-7,625| + 0,45 \cdot |7,5-7,625| + 0,15|8-7,625| \ldots = 0,425 [h]$