

STREUMAßE bei MESSWERTEN

① Mit unterschiedlichen Instrumenten wird die Höhe des Eiffelturms gemessen.

X_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Σ	$\frac{\Sigma}{n}$
Höhe [m]	329,9	330,1	331	329	330	1650	$\frac{330}{5}$
$x_i - \bar{x}$	-0,1	0,1	1	-1	0	—	—
$ x_i - \bar{x} $	0,1	0,1	1	1	0	2,2	$\frac{0,44}{5}$
$(x_i - \bar{x})^2$	0,01	0,01	1	1	0	2,02	$\frac{0,404}{5}$

arithmetische Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ i: Laufvariable
 → kann die Werte 1 - n annehmen, im Beispiel die Werte 1 - 5
 $\bar{x} = \frac{1}{5} \cdot (329,9 + 330,1 + 331 + 329 + 330)$
 $= \frac{1}{5} \cdot 1650 = \underline{330 \text{ [m]}}$ n: Anzahl der Messwerte
 x_i : Messwerte

mittlere absolute Abweichung $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$
 $\bar{d} = \frac{1}{5} \cdot (|329,9 - 330| + |330,1 - 330| + |331 - 330| + |329 - 330| + |330 - 330|)$
 $= \frac{1}{5} \cdot (1 + 0,1 + 1 + 1 + 0)$
 $= \frac{1}{5} \cdot (0,1 + 0,1 + 1 + 1 + 0)$
 $= \frac{1}{5} \cdot 2,2 = \underline{0,44 \text{ [m]}}$

robuster gegen Ausreißer als Standardabw. / Varianz $\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
 $= \frac{1}{5} \cdot ((329,9 - 330)^2 + (330,1 - 330)^2 + (331 - 330)^2 + (329 - 330)^2 + (330 - 330)^2)$
 $= \frac{1}{5} \cdot ((-0,1)^2 + (0,1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (0)^2)$
 $= \frac{1}{5} \cdot (0,01 + 0,01 + 1 + 1 + 0)$
 $= \frac{1}{5} \cdot 2,02 = \underline{0,404 \text{ [m}^2\text{]}}$

Standardabweichung $\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$
 $\sigma(X) = \sqrt{0,404} = 0,636 \text{ [m]}$

(Maß für die Abweichung vom Erwartungswert)

Variationskoeffizient

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$v = \frac{0,636}{330} = 0,002$$

⇒ im Verhältnis sind die Abweichung von 0,636 m vom Mittelwert 330 m sehr gering, nämlich 0,002 = 0,2%.

Wäre der Mittelwert z.B. 2 m, wäre die Abweichung von 0,636 m sehr hoch, erkennbar an:

$$v = \frac{0,636 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 0,318 = 31,8\%$$