

WAHRSCHEINLICHKEIT

Wir würfeln mit einem normalen Würfel einmal.

Die Ergebnismenge ist $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Ereignis E_1 sei, dass nur gerade Zahlen gewürfelt werden.

$$E_1 = \{2; 4; 6\}$$

Die Wahrscheinlichkeit berechnet sich mit

$$P(E_1) = \frac{3}{6}$$

$$P(E_1) = \frac{\text{günstige Ereignisse}}{\text{mögliche Ereignisse}}$$

Wenn alle Ereignisse gleich wahrscheinlich sind

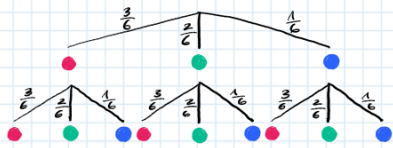
(z.B. Würfel, ideale Münze...) nennt man dies ein **Laplace-Experiment**.

MIT OHNE ZURÜCKLEGEN

Eine Urne enthält 3 rote, 2 grüne und eine blaue Kugel.

Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit zwei Ziehungen.

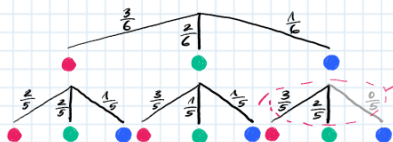
① „MIT ZURÜCKLEGEN“



1. Ziehung

2. Ziehung

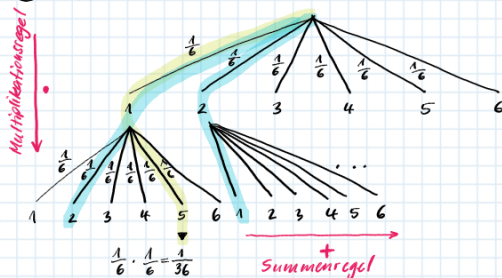
② „OHNE ZURÜCKLEGEN“



KNOTENREGEL
Alle Wahrscheinlichkeiten an einem Knoten gehen in Summe 1.

$$\text{hier } \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{0}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

③ Sie würfeln zweimal.



$$P(1; 5) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 3) = P(1; 2) + P(2; 1) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 4) = P(1; 3) + P(2; 2) + P(3; 1) = \frac{3}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 7) = P(1; 6) + P(2; 5) + \dots + P(6; 1) = \frac{6}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 12) = P(6; 6) = \frac{1}{36}$$

Aufgaben zu ① und ②.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für

- zwei rote Kugeln
- zwei gleichfarbige Kugeln
- mind. eine rote Kugel
- zwei blaue Kugeln
- zwei farbige Kugeln

mit Zurücklegen

$$P_1(a) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$$

$$P_1(b) = P(rr) + P(gg) + P(bb)$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

$$P_1(c) = P(rr) + 2 \cdot P(rg) + 2 \cdot P(rb)$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

ohne Zurücklegen

$$P_2(a) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P_2(b) = P(rr) + P(gg)$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

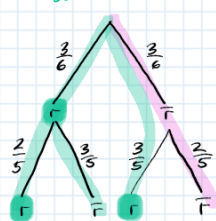
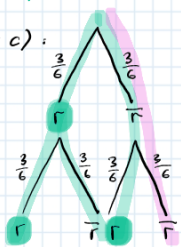
$$= \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$P_2(c) = P(rr) + 2 \cdot P(rg) + 2 \cdot P(rb)$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

Einfacher für c):



alternative Berechnung

$$P_1(c) = P(rr) + 2 \cdot P(r\bar{r})$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6}$$

$$= \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$P_2(c) = P(rr) + 2 \cdot P(r\bar{r})$$

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5}$$

$$= \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$P_1(c) = 1 - P(\bar{r}\bar{r})$$

$$= 1 - \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6}$$

$$= 1 - \frac{9}{36}$$

$$= \frac{36}{36} - \frac{9}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$P_2(c) = 1 - P(\bar{r}\bar{r})$$

$$= 1 - \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= 1 - \frac{6}{30}$$

$$= \frac{30}{30} - \frac{6}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

GEGENEREIGNIS

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P_1(d) = P(bb) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P_2(d) = P(bb) = \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{5} = 0$$

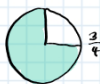
UNMÖGLICHES EREIGNIS

$$P_1(e) = P(\text{zwei farbige Kugeln}) = 1$$

$$P_2(e) = P(\text{zwei farbige Kugeln}) = 1$$

SICHERES EREIGNIS

vergleiche:



manchmal ist es leichter am Falschen zu erkennen, was das Richtige ist.

Mögliche Übungen:

⊕ (Aufgabenbuchs Wahrscheinlichkeit)